
NYPL RESEARCH LIBRARIES
3 3433 06639972 0



Room 120
VDM
Bemmelen

№ 6

[redacted]

INLEIDING

TOT DE

WATERBOUWKUNDE,

BEVATTENDE

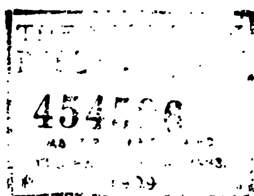
DE VOORNAAMSTE GRONDEN DER
BEWEEG- WATERWEEG- EN
WATERLOOPKUNDE.

DOOR

A. VAN BEMMELEN,

A. L. M. PHIL. DOCT. MATH. PHYS. ET
ASTRON. LECTOR TE DELFT.

TE LEYDEN, BIJ
A. EN J. HONKOOP.
MDCCXCIII.



WELEDELE GESTRENGE HEEREN

REGENTEN DER FUNDATIE

VAN WIJLE DE HOOG-WELGEBORE VROUWE VAN RENSWOUDE.

Mr. JACOB VAN VREDENBURCH, *Oud-Raad en Ontvanger Generaal der Kerkelijke goederen.*

Mr. DIDERIK LEENDERT VAN BLOMMESTEIN, *Raad in de Vroedschap en Oud-Schepen.*

Mr. SIMEON PIETER VAN SWINDEN, *Raad in de Vroedschap en President Schepen.*

Mr. CORNELIS VAN DER GOES, *Raad in de Vroedschap en regeerend Schepen.*

Mr. THOMAS GUILIELMUS MAIZONNET, *Secretaris der Stad Delft.*

ALEXANDER VAN DYK, *Raad in de Vroedschap en regeerend Schepen.*

Mr. ADRIAAN VAN DER LELY, *Rentmeester der bovengemelde Fundatie.*

WELEDELE GESTRENGE HEEREN!

De *betrekking, die ik door uwe hoogstgeëerde gunst op uw Kweekschool verkreegen heb, in welke het onderwijs*

in de verscheidene deelen der Waterbouwkunde niet van het geringste en minst gewigtigste is, is de voornaamste oorzaak die mij tot het uitgeeven van dit Werk aangespoord heeft. Moge hetzelve eenigsints strekken ter bevordering uwer hoogwijze en loflijke oogmerken en ter beantwoording aan 't vertrouwen, welk U Wel-Edelen Gestrengen in mij hebt gelieven te stellen, zal 't geene geringe belooning zijn voor hem die zich met allen verschuldigden eerbied noemt

WEL-EDELE GESTRENGE HEEREN!

Uw' onderdanigen en zeer gehoorzamen Dienaar

A. VAN BEMMELEN.

Delft den 11. Julij 1793.





VOOR-

VOORREDE.

Geen eige eer, maar alleen het nut mijner leerlingen, is de bedoeling van dit Werk. Zedert het mij eene bijzondere taak geworden is om het onderwijs der Wis- en Natuurkunde op den Waterbouw toepasselijk te maaken, was ik zeer verlangende om een geschikten leidraad te hebben, volgens welken ik mijn onderwijs konde inrigten. Ik was verwonderd dat 'er in een land, het welk in 't water zijnen grootsten vijand vindt, en dat zich overal door dijken en andere werken tegen deszelfs aanvallen moet verdeedigen, en tot wier aanleg zo noodzaakelijk kundige mannen vereischt worden: dat, zeg ik, in zulk een land zo weinig geschreeven was om den leerling, zo door Theorie als Ondervinding, tot een' bekwaamen Waterbouwkundigen op te leiden. Dan welhaast vond ik hier-

van eene voldoende reden. Veelen toch, wien het maaken van dergelijke werken in ons land is toebetrouwd, zijn of uit de gesteldheid hunner woonplaats in hunne jeugd, van een gepast onderwijs in de Wiskundige weetenschappen versteeken geweest; of zijn opgevoed in 't vooroordeel, dat de Theorie zeer moeielijk en voor hun geheel onnut is: *hunne Ouders en Voorouders toch hebben 't wel zonder dezelve gedaan, en waarom zij dan ook niet?* Dezulken echter beslissen over de Theorie op eenen meesterlijken toon; verklaaren de wetten der natuur niet genoegsaam om de verschijnselen, die zij ontdekken, daaruit af te leiden; en ondertusschen toonen zij (gelijk 't mij meermaalen voorkwam) in alle hunne redeneeringen dat zij noch met den aart der natuur-wetten, noch met de grootheid haarer kragten, omtrent welken zij echter zo stout beslisfen, eenigsints bekend zijn, en verraaden dus zelfs hunne eige onkunde.

Niemand echter besluite hieruit dat ik zoude willen beweeren dat 'er in den Waterbouwkundigen slegts eene grondige Theorie vereischt wordt, zonder eene daar mede gepaard gaande Ondervinding; integendeel niets is meer noodzaakelijk. Ik ben zeer wel overtuigd dat men de kennis der Rivieren niet verkrijgt op de Studeerkamer der Geleerden; noch den aanleg van dijken of kribben bij het turf- of koolen-vuur; maar ik beweer alleen dat de Theorie niet minder noodzaakelijk is dan de Ondervinding, en met dezelve steeds behoort gepaard te gaan. Ik bedoel hier niet

zulk eene Theorie, die op willekeurige, noch tegen de Ondervinding ſtrijdende gronden gebouwd is, gelijk 't was met de Cataracte welke Newton bij 't uitloopen der vloeiſtoffen uit vaten onderſtelde; noch zulk eene, die offchoon op zich zelven wel wiskundig waar zijnde en zeer veel ſchoons in zich bevattende, echter al te ingewikkeld en ſamengeſteld is om op het gebruik te kunnen worden toegepast, gelijk de Theorien van eenen d'Alembert, Euler en anderen. Maar ik bedoel eene Theorie die, gelijk de Heer Bosſut zegt, „ ſamengeſteld is uit menigvuldige facta, naauwkeurig ontleedigd en zo veel mogelijk tot „ algemeene wetten gebragt: eene Theorie derhalven, die wel beroofd is van die ſtrengheid, welke „ aan de Wiskunde eigen is, maar die echter eenvouwig, *klaar* en nuttig is."

Op deeze wijze wordt Theorie en Ondervinding elkanderen behulpzaam. De eerſte, op de natuurwetten zelve gebouwd, leert ons de grootheid der Natuur-kragten bepaalen, en doet ons daaruit afleiden op welke wijze wij hun geweld met den minst mogelijken tegenſtand en arbeid zullen te keer gaan, om daar door alle nutteloze geldverſpillingen voor te komen; zij ſtelt ons in ſtaat om voor uit te zien wat 'er onder deeze of geene omſtandigheden gebeuren moet, en welke gevaaren wij mijden en van welke gelegenheden wij ons bedienen moeten. Doch laat men zich blindelings door de Ondervinding leiden, dan loopt men gevaar om volgens het bekende ſpreekwoord *met*

schade of schande te leeren. Daar het toch onmogelijk is om de Ondervinding in alle voorkomende gevallen vooraf raad te pleegen, past men, hetwelk men in één geval wel heeft zien gelukken, ook in andere gevallen toe, die behalven eenige kleine omstandigheden aan het eerste parallel schijnen; doch juist deeze voor 't oog geringe omstandigheden zijn 't die de onderneeming mislukken doen. En hoe toch kan 't anders zijn als men in de Natuur onkundig is omtrent het verband tusschen de oorzaaken en derzelver gewrogten, en niet weet welke bepaalingen dezelven in verschillende omstandigheden ondergaan? Men loopt dan gevaar of dat men zijn vijand te ligt telt, en werken dáár stelt die niet bestand zijn; of dat men dezelven veel zwaarder maakt dan uit hunnen aart vereischt werd: en men verspilt dus dikwerf in beide gevallen eene ontelbaare somme gelds ten koste van anderen.

Hierbij komt nog dat dezulken, die op hunne Ondervinding alleen berustende, en daar door hunne vooroordeelen steeds koesterende, zo onverzettelijk zijn in hunne ontwerpen, dat geene redenen, hoe gegrond zij ook zijn mogen, in staat zijn om hen te overreeden. Van hier zo veele verschillende en dikwerf tegenstrijdige ontwerpen omtrent één en dezelfde zaak; van hier dat zoveele heilzaame oogmerken dikwerf gedwarsboomd, en om de vooroordeelen van sommigen, ten nadeele van 't algemeen verijdeld worden.

Niet

Niet te onregt zegt daarom de beroemde Silberschlag: „ Neemt tot groote en gewigtige ondernemingen geene raadslieden, die geene grondige „ Theorie bezitten, hoe zeer zij zich ook op hunne „ praktijk beroepen. Deezen toch zullen veelal voor „ kleinigheden houden, hetgeen dezelven niet zijn, „ zij zullen veel opgeeven en onbedagtſaam werken „ maaken, die in 't eind of geheel nutloos zijn, of „ met veel minder kosten tot ſtand zouden gebragt „ zijn, als zij zich van de kragt des waters tot hun „ oogmerk hadden weeten te bedienen. En wijl zij „ het Element, met welk zij te doen hebben, niet „ regt kennen, en zij niet regelmaatig hebben leeren „ denken, zijn zij niet alleen gevaarlijk, maar gemeenlijk neemt eigenzin de plaats des verſtands in. „ 'Er is toch bijna geen weetenſchap, in welke men „ door den ſchijn zo ligt geblind wordt als die der Waterbouwkunde; maar deeze menſchen oordeelen in „ 't gemeen naar den ſchijn, veroorzaaken ontelbaare „ onkosten, en men ziet zich op 't laatst bedroogen."

De noodzaakelijkheid derhalven van eene grondige Theorie voor hun, die zich op den Waterbouw toeleggen, en het gebrek aan dergelijke werken in onze taal, deed mij tot het ſamenſtellen van dit tegenwoordige beſluiten. Om des te beter in mijn oogmerk te ſlaagen, en Ondervinding met Theorie ſaamte paaren, verzogt ik den Wel-Edelen Heere *C. Brunings*, *Inſpecteur Generaal der Rivieren van Holland*

en

en West-Vriesland, en Opziener van 's Gemeene-lands werken van Rhijnland (een man, wiens kunde en verdiensten in dit vak te wel bekend en boven den lof mijner penne verheven zijn) om mij deszelfs reflectien op mijn werk te willen mededeelen. Zijn Wel-Edele, offschoon mij in persoon niet kennende, had echter de vriendelijkheid mij zulks wel te willen belooven en 't ook met 'er daad te toonen: waar voor ik thans in 't openbaar mijne welmeenende erkentenis aan zijn Wel-Edele betuige.

Ik heb in dit eerste deel de voornaamste gronden der Beweeg- Waterweeg- en Waterloopkunde voorgesteld, die als voorbereidende kundigheden in den Waterbouwkundigen vereischt worden; en heb in 't voordraagen der voorstellen de Wiskundige wijze gevolgt, zo om dat ik dus de meeste zaaken met de minste woorden kon bevatten, en dus de kortheid betragten; als om dat mij zulks het allerduidelijkste voor leerlingen toescheen. Ik heb agter het werk een kort samenstel uit de proefneemingen van den Ridder du Buat omtrent de Botzing der vloeistoffen gevoegd, zonder echter in 't werk zelfs daar van gebruik te maaken, wijl dezelven die trap van zekerheid niet hebben, die tot eene grondige Theorie vereischt wordt (welke aanmerking ik aan den Heere Brunings verschuldigd ben). In gemelde proefneemingen toch is de snelheid des strooms gemeeten door middel van een waterrad, dat tot dat einde zeer ongeschikt is, dewijl de snelheid van zulk een rad altijd minder is

dan

dan die van 't water, zo uit hoofde van de wrijvingen op den as en de zijdelingsche schokken, die het rad van tijd tot tijd door de verschillende stroomdraaden ontvangt, als voornaamlijk om dat, hoe evenwigtig ook de scheppers aan elkander gemaakt worden, dit evenwigt altijd verbrooken wordt, vermits die schepper, welke uit het water begint te rijzen, een gedeelte van het water opligt en daar door het rad in zijne beweeging vertraagt (*).

Hierbij komt nog dat de kragt der botzing gemeeten is door de tegendrukking eener Colom waters, welke in een pijp bevat was, en welker hoogte door de geduurige schommelende beweegingen van 't water niet naauwkeurig te bepaalen is. Eindelijk getuigt de Heer *Buat* zelfs dat de onregelmaatigheid in de uitkomsten van sommigen zijner proeven veroorzaakt wordt door de moeielijkheid der waarneeming van de Negative drukking: op welke echter zijne Theorie ook gedeeltelijk gevestigd is.

Ik hoop in een volgend deel de Theorie der Rivie-

(*) Men vindt hierover in de bekroonde verhandeling van den Heere Brunings *over de snelheid van stroomend water enz.* geplaatst in de verhandelingen van de Hollandsche Maatschappij der Weetenschappen, XXVI. Deel.

vieren en den aanleg der Dijken te behandelen, en naar maate ik mijne poogingen mag begunſtigd zien, hetzelve tot andere deelen der Waterbouwkunde uit te ſtrekken: in hope van op deeze wijze aan deeze zo voor ons land hoogst noodzaakelijke weetenſchap, en die echter zo weinig in aanmerking wordt genomen, eenigſints nuttig te mogen zijn.

REGISTER.

EERSTE BOEK.

BEWEEGKUNDE.

Bladz.

EERSTE HOOFDDEEL.

TWEEDE HOOFDDEEL.

DERDE HOOFDDEEL.

VIERDE HOOFDDEEL.

VIJFDE HOOFDDEEL.

ZESDE HOOFDDEEL.

ZEVENDE HOOFDDEEL.

ACHT.

TWEEDE BOEK.

WATERWEEGKUNDE.

VIER-

Bladz.

VIERDE HOOFDDEEL.

DERDE BOEK.

WATERLOOPKUNDE.

Bladz.

EERSTE HOOFDDEEL.

TWEEDE HOOFDDEEL.

DERDE HOOFDDEEL.

VIERDE HOOFDDEEL.

VIJFDE HOOFDDEEL.

ZES-

THEORIE DER BOTZING.

VOLGENS DE PROEVEN VAN DEN RIDDER DU BUAT.

INLEIDING

TOT DE

WATERBOUWKUNDE,

BEVATTENDE DE VOORNAAMSTE GRONDEN DER BEWEEG- WATERWEEG- EN WATERLEIKUNDE.

EERSTE BOEK.

OVER DE

BEWEEGKUNDE.

EERSTE HOOFDDEEL,

Over de Ligchaamen in 't algemeen.

I. BEPAALING.

Een Ligchaam is eene ſtoffelijke zelfſtandigheid, die onze zintuigen op onderſcheidene wijzen aandoet.

I. VOORSTEL.

Alle Ligchaamen zijn uitgebreid en onindringbaar.

Bewijs. Onze zintuigen bevestigen ons het aanzijn deezer beide eigenſchappen in de Ligchaamen: het ge-

zicht

zicht overtuigt ons van de uitgebreidheid, het gevoel van de onindringbaarheid.

Aanmerking. Men moet onindringbaarheid wel onderscheiden van zamendrukking.

II. VOORSTEL.

Alle Ligchaamen zijn deelbaar, sommigen tot eenen onbegrijpelijken trap van fijnheid.

Bewijs. De Natuur levert uit haare drie rijken geen Ligchaam op, dat niet voor Deelbaarheid vatbaar is.

Sommigen zijn zeer deelbaar: dus vertoont ons de Goudslaager 2,304,000,000, (twee duizend drie honderd en vier milioen) en de Gouddraadtrekker 12,787,200,000, (twaalf duizend zeven honderd zeven en tachtig milioen, twee honderd duizend) zichtbaare deeltjes in de uitgebreidheid van 1 once gouds. De Zijworm verschaft 69,120 El zijde zonder meer dan 1 once zwaar te zijn. De Muscus vervult jaaren lang een kamer met haare onzichtbaare riekende deeltjes, zonder in gewigt te verminderen.

Gevolg. Dus zijn alle Ligchaamen uit deelen zamengesteld.

III. VOORSTEL.

Alle Ligchaamen zijn niet even zeer zamengesteld, dat is, bevatten onder gelijke uitgebreidheid niet dezelfde hoeveelheid van stofdeelen.

Bewijs. De vergelijking der ligchaamen met elkander overtuigt ons van deeze waarheid door 't gezicht en gevoel. Goud is veel digter dan kurk of spons.

Ge-

Gevolg. Dus moeten de Ligchaamen veele ledige tusſchenruimtens of pooren hebben.

II. BEPAALING.

Digtheid eens Ligchaams is de betrekking, die 'er plaats heeft tusſchen de hoeveelheid ſtofs en de uitgebreidheid. Of het is de hoeveelheid ſtofs in eene eenheid van uitgebreidheid bevat. Dus $D = \frac{H}{U}$ (*).

IV. VOORSTEL.

Van twee verſchillende Ligchaamen zijn de digtheden tot elkander in de regte reden van de hoeveelheid ſtofs, en in de omgekeerde reden van de uitgebreidheid. Of $D : d = \frac{H}{U} : \frac{h}{u}$.

Bewijs. $D = \frac{H}{U}$ van 't eene ligchaam

$d = \frac{h}{u}$ van 't andere, volgens de 2 Bep.

dus $D : d = \frac{H}{U} : \frac{h}{u}$.

I. *Gevolg.* De Ligchaamen gelijke uitgebreidheid heb-

(*) De letter D duidt aan digtheid, H hoeveelheid ſtofs, en U uitgebreidheid.

hebbende, zijn de digtheden evenredig aan de hoeveelheden ſtofs. Of D : d = H : h.

II. Gevolg. De hoeveelheden ſtofs gelijk zijnde, ſtaan de digtheden tot elkander in de omgekeerde reden van de uitgebreidheden. Of D : d = $\frac{1}{U}$: $\frac{1}{u}$.

III. Gevolg. Als de Ligchaamen gelijke digtheden hebben, zijn de hoeveelheden ſtofs tot elkander als de uitgebreidheden. Of H : h = U : u.

V. VOORSTEL.

Van twee Ligchaamen zijn de hoeveelheden ſtofs in de zamengeſtelde reden van de digtheden en uitgebreidheden. Of H : h = D × U : d × u.

Bewijs. $D : d = \frac{H}{U} : \frac{h}{u}$. 4 V.
$U : u = U : u$

$D \times U : d \times u = H : h.$

VI. VOORSTEL.

Van twee Ligchaamen zijn de uitgebreidheden tot elkander in de regte reden der hoeveelheden ſtofs, en in de omgekeerde der digtheden.

Bewijs. $D \times U : d \times u = H : h.$ 5 V.
$D : d = D : d$

$U : u = \frac{H}{D} : \frac{h}{d}.$

VII. VOOR-

VII. VOORSTEL.

Alle Ligchaamen zijn beweegbaar.

Bewijs. De ondervinding leert dit ten volle van 't grootste ligchaam af tot het kleinste toe.

VIII. VOORSTEL.

Alle Ligchaamen hebben Traagheid, dat is, kunnen hunnen staat, het zij van rust, het zij van beweeging, zelfs niet veranderen.

Bewijs. De stof, gelijk de ondervinding leert, niet bezield zijnde met een inwendig werkend beginzel, verkeert dus in eenen lijdelijken staat: derhalven zijn de ligchaamen stoffelijke zelfstandigheden, onvermogend om hunnen staat te veranderen.

IX. VOORSTEL.

Alle Ligchaamen hebben Zwaarte, dat is, eene neiging om naar 't middenpunt der Aarde te vallen, als men dezelve volmaakt rond onderstelt.

Bewijs. Fig. 1. De ondervinding leert dat alle ligchaamen loodregt op den Gezichteinder of raaklijn der Aarde vallen, dus langs AB loodregt op den Gezichteinder ED; van de andere zijde staat de radius CB ook loodregt op de raaklijn ED, dus is $\angle ABE + \angle EBC = 2\angle$, derhalven AC ééne regte lijn die tot in 't middenpunt der Aarde C komt.

X. VOORSTEL.

De Zwaarte is in alle Ligchaamen even groot.

Bewijs. Alle ligchaamen, zo als de ondervinding leert, vallen in 't lugtledige, waar alle beletzelen weggenomen zijn, even fnel neder.

I. Gevolg. De Zwaarte eens Ligchaams is dus zeer onderfcheiden van deszelfs gewigt.

Want zwaarte is de neiging tot vallen van elk Stofdeeltje in 't bijzonder, en daarom voor alle ligchaamen even groot; doch gewigt is de fom dier neigingen van al de Stofdeeltjes die in 't ligchaam bevat zijn, en daarom in alle ligchaamen verfchillende en evenredig aan de hoeveelheid ftofs.

II. Gevolg. Derhalven zijn de digtheden van twee verfchillende Ligchaamen in de regte reden der gewigten en in de omgekeerde der uitgebreidheden.

De gewigten zijn tot elkander in de zamengeftelde reden der digtheid en uitgebreidheid.

En de uitgebreidheden zijn tot elkander in de regte reden der gewigten en in de omgekeerde der digtheden.

Want (*) $D : d = \frac{H}{U} : \frac{h}{u}$. 4 V.

$H : h = G : g$

$D : d = \frac{G}{U} : \frac{g}{u}$

dus $G : g = D \times U : d \times u$

en $U : u = \frac{G}{D} : \frac{g}{d}$

XI. VOOR-

(*) De letters D en d duiden aan de digtheden van twee lig-

XI. VOORSTEL.

De Zwaarte van een Ligchaam vermindert naar maate het Ligchaam verder van het middenpunt der Aarde verwijderd is.

Bewijs. Dit zal in 't vervolg uit de eigenſchappen der ſlingers door de ondervinding bevestigd worden.

XII. VOORSTEL.

'Er heerscht tusſchen de Ligchaamen eene Aantrekking, waar door zij, op den vereischten afſtand geplaatst zijnde, tot elkander naderen en zamenhangen.

Bewijs. Twee gepolijste plaatjes van eenig metaal, met een weinig vet beſmeerd zijnde, hangen met eene aanmerkelijke kragt zamen.

Een dun glazen bolletje op 't water in een glas drijvende, wordt ſteeds naar de randen van 't glas getrokken. Twee of meer op eenen bepaalden afſtand op 't water geplaatst zijnde, komen tot elkander en hangen te zamen.

Twee vlakke glazen of ſpiegels vereenigen zich, als zij op elkander geplaatst worden.

Een drop water, olie of andere vloeiſtof, op een glas of ander ligchaam geworpen zijnde, zal 'er niet afvallen, niettegenſtaande men het ligchaam het onderſte boven keert.

Het water blijft hangen tusſchen twee glazen plaaten, die aan eene zijde aan elkander vereenigd zijn.

Een

ligchaamen, H en h de hoeveelheden ſtofs, U en u de uitgebreidheden, en G en g de gewigten.

Een ſtuk hout met eene gladde oppervlakte aan een weegſchaal boven het water gehangen, zal dit hout door 't water zodanig worden aangetrokken, dat het evenwigt verbroken wordt.

Het water klimt tot eene aanmerkelijke hoogte in hairbuisjes op boven de oppervlakte van 't water in 't vat.

Twee water- of kwikdroppen digt bij elkander geplaatst zijnde, zullen elkander naderen en zich vereenigen.

TWEEDE HOOFDDEEL.

Over de Beweeging in 't algemeen.

III. BEPAALING.

Beweeging is de overgang van een ligchaam uit de eene plaats in de andere: dus het doorloopen van eene zekere lengte in eenen bepaalden tijd.

IV. BEPAALING.

Snelheid is eene vergelijking tusſchen de doorgeloope lengte en den verloopen tijd. Of het is eene gelijkmaatig doorgeloope lengte in eene eenheid van tijd. Dus $S = \frac{L}{T}$ (*).

XIII. VOOR-

(*) De Letter S beduidt de ſnelheid, L de lengte, en T den tijd.

XIII. VOORSTEL.

Een Ligchaam moet altijd in dezelfde rigting en met dezelfde ſnelheid, zo als 't begonnen is, bewoogen worden, zo 'er geene oorzaaken zijn die dit beletten.

Bewijs. Vermits alle ligchaamen de eigenſchap van traagheid bezitten volgens 't 8ſte Voorſtel, zijn ze onvermogend om zelfs hunnen eigen' ſtaat te veranderen, en kunnen dus noch hunne ſnelheid vermeerderen noch verminderen, noch hunne rigting van de eerst ontvangen rigting doen afwijken.

V. BEPAALING.

Eene gelijkmaatige Beweeging is die, welke ſteeds met dezelfde ſnelheid voortgaat.

Eene ongelijkmaatige daarentegen, die niet met dezelfde ſnelheid geſchiedt.

DERDE HOOFDDEEL.

Over de Gelijkmaatige Beweeging in 't algemeen.

XIV. VOORSTEL.

Als twee Ligchaamen met verſchillende ſnelheden bewoogen worden, zijn de ſnelheden tot elkander in de regte reden van de doorgeloopene lengtens, en in de omgekeerde reden van de verloopene tijden.

Of $S : s = \frac{L}{T} : \frac{l}{t}$.

Bewijs. $S = \frac{L}{T}$ van 't eerste ligchaam

$s = \frac{l}{t}$ van 't tweede, volgens 4 B.

$S : s = \frac{L}{T} : \frac{l}{t}$.

I. Gevolg. De tijden gelijk zijnde, staan de snelheden tot elkander als de lengtens. Of $S : s = L : l$.

II. Gevolg. De lengtens gelijk onderstellende, staan de snelheden tot elkander in de omgekeerde reden der tijden. Of $S : s = T : t$.

III. Gevolg. Met gelijke snelheden zijn de lengtens evenredig aan de tijden. Of $L : l = T : t$.

XV. VOORSTEL.

Verschillende doorgeloopene lengtens zijn tot elkander in de zamengestelde reden van snelheid en tijd. Of $L : l = ST : st$.

Bewijs. $S : s = \frac{L}{T} : \frac{l}{t}$. 14. V.

$T : t = T : t$

$ST : st = L : l$.

XVI. VOORSTEL.

Verschillende tijden zijn tot elkander in de regte reden van de lengtens en in de omgekeerde van de snelheden. Of $T : t = \frac{L}{S} : \frac{l}{s}$.

Be-

Bewijs. $ST : st = L : l.$ 15. V.
$S : s = S : s$

$T : t = \frac{L}{S} : \frac{l}{s}.$

VI. BEPAALING.

Hoeveelheid van Beweeging eens ligchaams is de ſom der ſnelheden van al de ſtofdeelen, dat is, de ſnelheid van *één* deel (welke te gelijk de ſnelheid van *'t ligchaam* is) met de hoeveelheid ſtofs vermeenigvuldigd.

VII. BEPAALING.

Kragt is dat vermogen, 't welk aan een ligchaam eene bepaalde hoeveelheid van beweeging geeven of ontneemen kan.

XVII. VOORSTEL.

Als twee verſchillende ligchaamen met verſchillende ſnelheden bewoogen worden, zijn de kragten, die deeze beweeging veroorzaaken, tot elkander in de zamengeſtelde reden van de hoeveelheden ſtofs en ſnelheden. Of $K : k = H \times S : h \times s$ (*).

Bewijs. Vermits de kragt een vermogen is dat aan een ligchaam eene bepaalde hoeveelheid van beweeging mede-

(*) De letters K en k duiden aan de kragten, H en h de hoeveelheden ſtofs, die de ligchaamen bevatten, en S en s hunne ſnelheden.

dedeelt, moet zij aan deeze hoeveelheid van beweging, dat is, aan de hoeveelheid ſtofs met de ſnelheid vermenigvuldigd, evenredig zijn. 6. en 7. Bep.

Dus $K = H \times S$ van 't eene ligchaam.
$k = h \times s$ van 't andere. 6 B.

derhalven $K : k = H \times S : h \times s$.

I. Gevolg. De hoeveelheden ſtofs gelijk zijnde, ſtaan de kragten tot elkander als de ſnelheden. Of $K : k = S : s$.

II. Gevolg. Met gelijke ſnelheden zijn de kragten evenredig aan de hoeveelheden ſtofs. Of $K : k = H : h$.

III. Gevolg. Zo de kragten gelijk zullen zijn, moeten de hoeveelheden ſtofs tot elkander zijn in de omgekeerde reden der ſnelheden. Of $H : h = s : S$.

XVIII. VOORSTEL.

Het ligchaam volgt ſteeds de rigting in welke de kragt op het zelve werkt, zo 'er geene oorzaaken zijn die dit beletten.

Bewijs. Wijl de ſtof door haare traagheid haaren ſtaat niet kan veranderen (8. V.) moet het ligchaam geheel gehoorzaamen aan de ontvangene indrukzelen der kragt, en dus dezelfde rigting volgen, in welke zij op het zelve werkt.

Aanmerking. Vermits tijd, ſnelheid en kragt, grootheden zijn, kan men derzelver onderlinge betrekkingen zo wel door lijnen van eene bepaalde grootheid als door getallen uitdrukken.

VIER-

VIERDE HOOFDDEEL.

Over de zamengestelde gelijkmaatige Beweeging.

VIII. BEPAALING.

Eene zamengestelde Beweeging is die, welke ontstaat als twee of meer kragten te gelijk op een ligchaam werken.

XIX. VOORSTEL.

Als twee kragten op een ligchaam in verschillende rigtingen werken, zal het ligchaam in denzelfden tijd, in welken het zelve anders door iedere magt elks rigting afzonderlijk zou doorloopen, thans de hoeklijn van 't parallelogram beschrijven, dat op beide rigtingen kan gemaakt worden.

Bewijs. Fig. 2. Laaten AB en AD de rigtingen zijn, in welken de kragten op 't ligchaam A werken, dan zal AC de hoeklijn zijn die 't ligchaam zal doorloopen; want de kragt langs AB alleen op 't ligchaam werkende, zal het ligchaam in den tijd T in B gebragt worden, en dus de lijn BC bereiken. De kragt langs AD alleen op A werkende, zal in denzelfden tijd T het ligchaam in D verplaatzen, en de lijn CD doen bereiken: derhalven beide kragten nu te gelijk en niet regtstreeks tegen elkander werkzaam zijnde, moet het ligchaam na den tijd T zich in een punt bevinden, dat aan beide vereischtens te gelijk voldoet, het geen niet anders zijn kan dan in C, dat zo wel in BC als in

in CD ligt. Op dezelfde wijs AF en AG in het eerste oogenblik tijds door het ligchaam doorloopen wordende door de werking van elke kragt in 't bijzonder, zal het ligchaam door hunne gelijktijdige werking naar 't einde van t, zich ook in I moeten bevinden, welk punt in de hoeklijn AC gelegen is;

$$\left.\begin{array}{l}\text{Want AF : AB} = \text{t : T.} \\ \quad\;\; \text{AG : AD} = \text{t : T.}\end{array}\right\} \text{14 V. 3 Gev.}$$

$$\text{dus AF : AB} = \text{AG : AD}$$

$$\text{AF : AB} = \text{FI : BC}$$

Op dezelfde wijs kan men betoogen, dat elk punt in 't welk het ligchaam zich van oogenblik tot oogenblik bevindt, een punt van de hoeklijn is, en het ligchaam derhalven de gantsche hoeklijn doorloopt.

I. Gevolg. Dezelfde betrekking heeft dus plaats tusschen de grootheid deezer drie lijnen AB, AD en AC, als tusschen de grootheid der snelheden *waar mede*, en tusschen de grootheid der kragten *waar door* het ligchaam bewoogen wordt.

Want ten 1.) de lengtens AD, AB en AC worden allen in denzelfden tijd doorloopen, derhalven zijn die lengtens tot elkander als de snelheden 14 V. 1 Gev. en dus zijn de lijnen AD, AB en AC evenredig aan de snelheden met welken het ligchaam langs dezelven bewoogen wordt. Ten 2.) de hoeveelheden stofs gelijk zijnde, staan de kragten tot elkander als de snelheden, 17 V. 1 Gev. en de snelheden waren evenredig aan de lijnen AD, AB en AC, dus zijn de kragten ook aan gemelde lijnen evenredig.

II. Ge-

II. Gevolg. De twee kragten AD en AB, die te zamen op 't ligchaam werken, brengen eene derde kragt AC voort, die kleiner is dan de fom der twee eerften, doch in betrekking tot hunne uitwerking op het ligchaam is dezelve even groot.

Vermits de eene zijde AC van den driehoek ABC altijd kleiner is dan de twee andere zijden AB en BC=AD, is ook de kragt AC kleiner dan de fom der twee anderen. Doch in betrekking tot de voortgebragte beweeging is dezelve even groot, wijl het uitwerkzel fteeds evenredig is aan deszelfs oorzaak.

III. Gevolg. Derhalven kan men twee of meer kragten zamenftellen tot ééne kragt die dezelfde beweeging zal voortbrengen als de zamengeftelde werking van al de anderen.

Als men, bij voorbeeld, het ligchaam A (Fig. 3.) langs dezelfde rigting en met dezelfde fnelheid wil doen beweegen als 't door vier kragten AB, AC, AD en AE zou gefchieden, zoekt men eerst de zamengeftelde kragt uit de twee eerften AB en AC, door op deeze beide rigtingen een parallelogram ABGC te befchrijven en de hoeklijn AG te trekken; waar door men in plaats van de kragten AB en AC alleen AG in de plaats kan ftellen. Deeze kragt nu maakt met de volgende AD weder eene zamengeftelde kragt AH uit, zijnde de hoeklijn van 't parallelogram AGHD op AG en AD befchreeven. Eindelijk op AH en AD weder een parallelogram AEIH opgerigt en de hoeklijn AI getrokken hebbende, is deeze laatfte lijn AI de kragt *waar door* en de rigting langs *welke* het ligchaam door de vier kragten bewoogen wordt.

wordt, en dus in uitwerking even groot als de vier anderen te zamen.

IX. BEPAALING.

Evenwigt is eene gelijkheid van werking van twee of meer kragten in tegengestelde rigtingen.

XX. VOORSTEL.

Wanneer van drie verschillende kragten ééne derzelver evenwigt maakt tegens de beide overigen te zamen; zullen zij zijn in reden als de drie zijden eenes driehoeks, volgens welkers rigtingen zij tegens elkander werken.

Bewijs. Fig. 4. Wanneer de beide kragten AD en AB op het ligchaam A werken, wordt volgens 't 19 V. 2 Gev. een derde kragt voortgebragt die alleen het ligchaam met dezelfde snelheid van A na C zou doen beweegen als de beide andere kragten te zamen. Indien men derhalven een kragt, die aan AC gelijk is, in de tegenovergestelde rigting of langs AE werken liet, zou de werking van AD en AB te zamen vernietigd worden, en AE tegens deeze beide kragten in evenwigt zijn. Nu zijn AE, AB en AD zo groot als de zijden van den driehoek ABC; want AE is $=$AC, en AD$=$BC: dus de kragten tot elkander als de zijden des driehoeks.

Gevolg. Men kan derhalven altoos ééne kragt in twee anderen ontbinden, die te zamen aan de eerste in uitwerking gelijk zijn.

XXI. VOOR-

XXI. VOORSTEL.

Alle kragten die niet regthoekig op een ligchaam werken, verliezen een gedeelte haarer werking op het zelve.

Bewijs. Fig. 5. Indien CD de grootte der kragt zij die in eene schuine rigting op 't voorwerp AB werkt, en dezelve in twee anderen ontbonden wordt, door eene regthoekige driehoek DEC daaruit zamen te stellen, zullen de beide kragten DE en EC in evenwigt zijn tegen CD alleen; doch vermits de kragt CE langs de strekking van 't ligchaam AB ligt, en dus haare werking niet tegen hetzelve uitoeffent, is haar vermogen in betrekking tot AB vrugteloos; derhalven zal DE alleen uitdrukken de kragt die tegen het ligchaam AB wordt in 't werk gesteld. Vermits nu altijd DE < dan CD is, moet de kragt CD een gedeelte van haar vermogen ten opzichte van het ligchaam AB verlooren hebben.

X. BEPAALING.

Volstrekte kragt is de uitwerking die een kragt heeft op een ligchaam dat bewoogen wordt in dezelfde rigting in welke de kragt werkzaam is. Betrekkelijke kragt is de uitwerking die een kragt heeft op een ligchaam met betrekking tot eene andere rigting dan waarin de kragt werkt.

XXII. VOORSTEL.

Als een kragt in eene schuine rigting werkt, is de betrekkelijke kragt gelijk aan de volstrekte kragt vermenigvuldigd met den hoek van schuinheid.

Bewijs. Fig. 5. Laat CD de kragt zijn die in eene ſchuine rigting op 't ligchaam AB werkt, en DE dat gedeelte van dezelve, welke maar alleen op AB uitgeoeffend wordt, dan is CD de volſtrekte en DE de betrekkelijke kragt, en de hoek ECD de hoek van ſchuinheid.

Nu is $CD : DE = R : \text{ſin.} \angle DCE$
of $V : B = 1 : \text{ſin.} \angle DCE$

dus (*) $B = V \times \text{ſin.} \angle DCE$.

VIJFDE HOOFDDEEL.

Over de gelijkmaatig Verſnelde en Vertraagde Beweeging.

XI. BEPAALING.

Eene gelijkmaatig verſnelde Beweeging is wanneer een ligchaam in gelijke tijden gelijke graaden van ſnelheid verkrijgt.

XXIII. VOORSTEL.

De Zwaartekragt brengt eene gelijkmaatig verſnelde Beweeging voort in vallende ligchaamen.

Be-

(*) De letter B duidt aan de betrekkelijke kragt, en V de volſtrekte.

Bewijs. De Ondervinding bevestigt dat een vallend ligchaam meer en meer in snelheid toeneemt, en wel in gelijke oogenblikken tijds gelijke vermeerdering van snelheid verkrijgt: daar men nu eene Zwaartekragt veronderstelt die het begin en deeze gelijke vermeerdering van snelheid doet ontstaan, 9 V. brengt zij dus eene gelijkmaatig versnelde Beweeging voort.

XXIV. VOORSTEL.

De snelheid, die een ligchaam al vallende na eenigen tijd verkreegen heeft, is evenredig aan de Zwaartekragt en den verloopen tijd. Of S = ZT (*).

Bewijs. Als men de tijd T onderstelt in een oneindig getal van zeer kleine oogenblikken verdeeld te zijn, zal de zwaartekragt in 't eerste oogenblik eene drukking op het ligchaam uitoeffenen, en dus zekere snelheid aan hetzelve mededeelen; na maate nu de kragt grooter is, zal deeze eerste graad van snelheid ook grooter zijn, derhalven is de snelheid evenredig aan de Zwaartekragt. Daar nu deeze kragt haare werking op elk oogenblik herhaalt, wordt de snelheid van 't ligchaam op elk oogenblik telkens met een graad vermeerderd, en 't ligchaam zal zo veele graaden snelheids verkreegen hebben, als 'er oogenblikken tijds verloopen zullen zijn, en dus de snelheid ook evenredig aan den tijd. Derhalven is de snelheid in beide betrekkingen evenredig aan de Zwaartekragt en tijd.

I. Ge-

(*) De letter S duidt aan snelheid, Z de zwaartekragt, en T den tijd.

I. Gevolg. Als twee ligchaamen met verfchillende Zwaartekragten bewoogen worden, zijn de fnelheden tot elkander in de zamengeftelde reden der Zwaartekragten en tijden. Of S : s = ZT : zt.

II. Gevolg. De Zwaartekragten gelijk zijnde, worden de fnelheden evenredig aan de tijden. Of S:s = T:t.

III. Gevolg. In gelijke tijden zijn de fnelheden tot elkander als de Zwaartekragten. Of S : s = Z : z.

XXV. VOORSTEL.

De lengte, die een ligchaam al vallende in eenigen tijd doorloopt, is gelijk aan den tijd met de helft der fnelheid, op 't laatfte oogenblik verkreegen, vermenigvuldigd. Of $L = \frac{ST}{2}$.

Bewijs. Fig. 6. Onderftellende dat AB een bepaalde tijd zij, die in eenige oogenblikken AO, ON, NM, MB verdeeld is, en de perpendiculair BC de fnelheid op 't laatfte oogenblik van AB verkreegen, dan zullen elk der overige perpendiculairen Ob, Nd, Mf aanduiden de fnelheden in den tijd Ao, AN, AM verkreegen; want Ao : Ob = AN : Nd = AM : Mf = AB : BC, het geen volgens 24 V. 2 Gev. vereischt werd. Als men nu onderftelt dat het ligchaam elk oogenblik gelijkvormig bewoogen wordt met de fnelheid die hetzelve op 't begin van elk oogenblik had, zal de figuur ObcdefgBO aanduiden de lengte die het ligchaam gevallen is; doch zo 't ligchaam geduurende elk oogenblik bewoogen wordt met de fnelheid die hetzelve op 't eind van elk oogenblik had, zal de figuur ADbEdFfGCBA de doorgeloo-

pe

pe lengte aanduiden: derhalven ſtaan de doorgeloopene lengtens in deeze beide onderſtellingen tot elkander als deeze Figuuren. Naar maate nu de tijd AB in meer en meer oogenblikken verdeeld wordt, begint de ſnelheid van 't begin en einde van elk oogenblik gedurig minder te verſchillen, en de Figuuren naderen hoe langs hoe meer tot den driehoek ABC; zo dat deeze de Limiet van beide Figuuren en dus ook van beide lengtens wordt, en hunne laatſte reden is eene reden van gelijkheid, zo dat de doorgeloope lengte dan $= \triangle ABC = \frac{AB \times BC}{2} = \frac{S \times T}{2}$.

XXVI. VOORSTEL.

De lengte, die een ligchaam al vallende in eenigen tijd doorloopt is ook gelijk aan de Zwaartekragt vermenigvuldigd met het halve quadraat des tijds. Of $L = \frac{ZT^2}{2}$.

Bewijs. $L = \frac{ST}{2}$. 25 V.

$S = ZT$. 24 V.

$L = \frac{ZT^2}{2}$.

I. Gevolg. Dus zijn verſchillende lengtens tot elkander in de zamengeſtelde reden der Zwaartekragten en tijden. Of $L : l = ZT^2 : zt^2$.

II. Gevolg. De Zwaartekragten gelijk zijnde, ſtaan de lengtens, tot elkander als de quadraaten der tijden of der ſnelheden. Of $L : l = T^2 : t^2 = S^2 : s^2$.

III. Gevolg. De lengtens, die een ligchaam in elk agtereenvolgend oogenblik al vallende doorloopt, zijn dus tot elkander als de oneven getallen 1, 3, 5, 7 enz.

IV. Gevolg. In gelijke tijden zijn de lengtens tot elkander als de Zwaartekragten. Of $L : l = Z : z$.

XXVII. VOORSTEL.

De tijd, die een ligchaam nodig heeft om eene bepaalde hoogte af te loopen, is gelijk aan de quadraat wortel uit het gedeelde van de dubbele hoogte door de Zwaartekragt. Doch dezelfde wortel uit hun vermenigvuldigde is gelijk aan de snelheid op het einde van dien tijd verkreegen. Of $T = \sqrt{\frac{2L}{Z}}$, en $S = \sqrt{2LZ}$.

I. Bewijs. $L = \frac{ZT^2}{2}$. 26 V.

$$\frac{2}{Z}$$

$$\frac{2L}{Z} = T^2$$

$$\sqrt{}$$

$$\sqrt{\frac{2L}{Z}} = T.$$

II. Bewijs. $L = \frac{ZT^2}{2}$. 26 V.

$$2Z$$

$$2LZ = Z^2T^2$$

$$\sqrt{}$$

$$\sqrt{2L} = ZT$$

$$ZT = S. \quad 24\ V.$$

$$\sqrt{2LZ} = S.$$

XXVIII. VOOR-

XXVIII. VOORSTEL.

Een ligchaam zal met die ſnelheid, welke hetzelve op 't laatſte oogenblik van zijnen val verkreegen heeft, gelijkmaatig voortgaande, in denzelfden tijd eene lengte doorloopen die tweemaal grooter dan de doorgeloope hoogte is. Of L = 2 H.

Bewijs. Zij L de lengte, die het ligchaam gelijkmaatig doorloopt met de verkreege ſnelheid S in denzelfden *tijd* T, in welken de hoogte H doorgeloopen is; dan is

$$L = ST. \quad 15\ V.$$

$$\text{en } H = \frac{ST}{2} \quad 25\ V.$$

$$\text{dus } L = 2H.$$

XXIX. VOORSTEL.

De Zwaartekragt is zo groot dat een ligchaam, met de ſnelheid in de eerſte ſeconde tijds van zijnen val verkreegen, eene lengte van 31,2 Rhijnlandſche voeten zal doorloopen.

Bewijs. De Ondervinding leert dat een ligchaam in de eerſte ſeconde van zijnen val eene hoogte van 15,625 Rhijnlandſche voeten aflegt; derhalven het ligchaam met deeze ſnelheid, geduurende ééne ſeconde gelijkmaatig voortgaande, zal de lengte tweemaal zo groot zijn (28 V.) en dus gelijk aan 31,25 of omtrent 31,2 Rhijnlandſche voeten.

Aanmerking. Zo men Parijſche maat gebruikte, zou het ligchaam eene hoogte van 15,094662 voeten zijn doorgevallen, en dus zou de Zwaartekragt het lig-

chaam eene lengte van 30,2 Parijsche voeten in éénø seconde gelijkmaatig doen doorloopen.

XII. BEPAALING.

Eene gelijkmaatig vertraagde Beweeging is, wanneer een ligchaam in gelijke tijden gelijke graaden van snelheid verliest.

XXX. VOORSTEL.

Dezelfde wetten van vertraaging hebben in deeze beweeging plaats als die van versnelling in de voorgaande, wanneer een ligchaam in de hoogte wordt opgeworpen.

Bewijs. De Zwaartekragt de ligchaamen steeds aanzettende tot eene beweeging naar de aarde, werkt dus regtstreeks in tegen de beweeging die het ligchaam opwaard heeft, dus zal ze nu elk oogenblik een graad van snelheid aan 't ligchaam ontneemen, en daar door dezelfde wetten, doch in eene tegengestelde orde, doen plaats hebben als in de versnelde beweeging.

Gevolg. Derhalven moet een ligchaam opwaard geworpen zijnde, tot zulk eene hoogte klimmen, uit welke het vallende dezelfde snelheid zou verkrijgen, als die waar mede hetzelve opgeworpen is.

ZESDE HOOFDDEEL.

Over 't middenpunt van Zwaarte.

XXXI. VOORSTEL.

Een ligchaam in 't vallen belet zijnde, door hetzelve te onderſteunen, zal op het onderſteunend ligchaam drukken in evenredigheid van deszelfs gewigt of hoeveelheid ſtofs.

Bewijs. De Zwaarte aan elk Stofdeeltje van 't ligchaam (10 V.) eene gelijke neiging tot vallen mededeelende, doch in het onderſteunend ligchaam wederſtand vindende, moet elk deeltje eene gelijke drukking op hetzelve oeffenen, en het onderſteunend ligchaam dus de drukking van al de deelen ondergaan: derhalven drukt het eerſte ligchaam op 't andere in evenredigheid van deszelfs gewigt of hoeveelheid ſtofs.

XXXII. VOORSTEL.

Twee of meer ligchaamen of gewigten aan een ander ligchaam opgehangen, drukken in rigtingen evenwijdig aan elkander naar beneden.

Bewijs. Offchoon de rigting der draaden, aan welken gewigten gehangen worden, naar het middenpunt der aarde gerigt (9 V.) en dus hellende op elkander zijn, moeten dezelven echter als evenwijdig worden aangemerkt, vermits de lengte der draaden oneindig klein

is in vergelijking van den afstand van 't middenpunt der aarde.

XXXIII. VOORSTEL.

Als twee gewigten aan eene lijn zonder gewigt op eenigen afstand van elkander hangende zijn, en de lijn tusschen beide de gewigten onderfteund wordt, zullen hunne werkingen regtstreeks strijdig zijn tegens elkander.

Bewijs. Fig. 7. De lijn AC, aan welke de gewigten P en Q hangen, in B onderfteund wordende, zal 't gewigt P tragten naar beneden te daalen, en door deeze neerdaaling het gewigt Q doen rijzen; doch het gewigt Q tragt zelfs door zijne eige zwaarte insgelijks nederwaard te daalen, en het gewigt P te doen rijzen: derhalven zijn hunne werkingen regtstreeks strijdig.

XXXIV. VOORSTEL.

Als twee gewigten aan eene lijn zonder gewigt hangende, ter wederzijde van het steunpunt gelijk drukken, moeten hunne hoeveelheden stofs met hunne afstanden van 't steunpunt vermenigvuldigd aan elkander gelijk zijn. Of $P \times AB = Q \times BC$.

Bewijs. Fig. 7. Vermits de drukkingen van beide gewigten even groot ondersteld worden, moeten de hoeveelheden van beweeging gelijk zijn, als de lijn AC om 't punt B tot den stand van ac bewoogen wordt, wanneer Aa en Cc de doorgeloopene lengtens zullen zijn van de gewigten P en Q in denzelfden tijd.

Dan

Dan is $P \times S = Q \times s$. Onderst. 17 V.

of $P : Q = s : S$

$s : S = Cc : Aa$. 14 V. 1 Gev.

$P : Q = Cc : Aa$

$Cc : Aa = BC : AB$

$P : Q = BC : AB$

en $P \times AB = Q \times BC$.

I. Gevolg. Twee gewigten zullen derhalven gelijke drukkingen ter wederzijden van 't steunpunt uitoeffenen, als zij tot elkander zijn in de omgekeerde reden der afstanden van 't steunpunt.

II. Gevolg. Meer dan twee gewigten zullen ter wederzijden van 't steunpunt in evenwigt zijn als de sommen der producten van elk gewigt met zijn afstand van 't steunpunt vermenigvuldigd ter wederzijden gelijk zijn.

Fig. 8. Dus zullen de gewigten A en B ter eene zijde van 't steunpunt F in evenwigt zijn met de gewigten C en D aan de andere zijde, als $A \times OF + B \times LF = C \times FP + D \times FQ$ is; wijl dan de hoeveelheden van beweeging gelijk zijn.

XIII. BEPAALING.

Het Middenpunt van Zwaarte of Zwaartepunt is een punt in 't ligchaam rondom welke alle deszelfs deelen evenwigt maaken.

XXXV. VOORSTEL.

Het Middenpunt van Zwaarte onderfteund wordende, zal 't gansche ligchaam rusten.

Bewijs. Fig. 9. Onderfteld zijnde dat het ligchaam AC rust op de punt M, kan het zelve niet anders bewoogen worden, dan door om 't punt M aan de eene zijde, bij voorbeeld, bij A neêr te daalen; doch dan zouden de deelen bij A zwaarder moeten zijn dan bij C, het geen tegen de bepaaling van 't Zwaartepunt ftrijdt; derhalven moet het ligchaam in alle opzichten rusten.

I. Gevolg. Het gewigt van 't gansche ligchaam kan derhalven aangemerkt worden als in dat punt alleen geplaatst te zijn. En dus kan men de ligchaamen vrij beschouwen als alleen punten die zwaar zijn.

II. Gevolg. Derhalven is 't fteunpunt, rondom welke verscheidene ligchaamen of gewigten in evenwigt zijn, het middenpunt van Zwaarte van deeze ligchaamen.

III. Gevolg. Eene lijn, welker ftofdeelen over haare geheele lengte gelijk verdeeld zijn, heeft haar Zwaartepunt in 't midden.

XXXVI. VOORSTEL.

Een ligchaam buiten het middenpunt van Zwaarte onderfteund wordende, zal om het fteunpunt worden bewoogen, tot dat het zwaartepunt met het fteunpunt in dezelfde loodlijn is.

Be-

Bewijs. Fig. 10. Zij D het middenpunt van zwaarte der ligchaamen P en Q, en laat het ſteunpunt B verder dan D van P verwijderd zijn: dan is

$P \times PB > P \times PD$. Onderſt.
en $P \times PD = Q \times QD > Q \times BQ$. 34 V. en Ond.

dus $P \times PB > Q \times BQ$.

Derhalven is de hoeveelheid van beweeging van P aan de eene zijde van 't ſteunpunt grooter dan van Q aan de andere; dus moet P daalen, en de lijn PQ om B bewoogen worden, waar door het middenpunt van zwaarte D daalt langs den Cirkelboog D d, tot dat hetzelve in d van de loodlijn B d rust, om dat dit het laagſte punt van den geheelen boog is.

I. Gevolg. Als derhalven een ligchaam vrij opgehangen wordt of in evenwigt onderſteund wordt, gaat de loodlijn uit het ophangpunt of ſteunpunt door het middenpunt van zwaarte.

II. Gevolg. Dus kan men zeer ligt het middenpunt van zwaarte van een ligchaam vinden.

Men hangt het ligchaam aan een van deszelfs einden op, en onderzoekt na de loodlijn uit dat punt door middel van een paslood: vervolgens het ligchaam aan een ander einde opgehangen en met het paslood ook na de loodlijn onderzogt zijnde, zal het ſnijpunt van deeze beide lijnen het middenpunt van zwaarte van 't ligchaam zijn: vermits dit ſnijpunt het eenige punt is, welke beide lijnen gemeen hebben, en 't zwaartepunt aan beide lijnen gemeen behoort te zijn.

III. Gevolg. Zo lang de loodlijn uit het zwaartepunt

van

van een hellend ligchaam binnen deszelfs grondvlak valt, zal hetzelve ſtaande blijven; doch 'er buiten vallende moet het ligchaam aan de hellende zijde overvallen.

XXXVII. VOORSTEL.

Het middenpunt van zwaarte eens ligchaams wordt in hetzelve verplaatst, als men 'er aan de eene zijde meer hoeveelheid ſtofs bijvoegt.

Bewijs. Vermits de hoeveelheden ſtofs ter wederzijden van 't middenpunt van zwaarte tot elkander moeten zijn in de omgekeerde reden der afſtanden van 't zwaartepunt, moet naar maate de hoeveelheid ſtofs aan de eene zijde vermeerderd wordt deszelfs afſtand van 't zwaartepunt in dezelfde evenredigheid verkorten, dus moet het zwaartepunt zo veel digter naar die vermeerderde hoeveelheid verplaatst worden.

XXXVIII. VOORSTEL.

Als verſcheidene ligchaamen of gewigten aan eene regte lijn hangen, is de afſtand die 't gemeene zwaartepunt van 't einde der lijn heeft, gelijk aan de ſom der producten van elks gewigt met zijn afſtand van dat einde vermenigvuldigd, en door de ſom der gewigten gedeeld.

Bewijs. Fig. 8. Zij $EO=a$, $EL=b$, $EP=c$, $EQ=d$ en $EF=x$, dan is

A

$$A \times \overline{OF} + B \times \overline{LF} = C \times \overline{FP} + D \times \overline{FQ}. \quad 34 V. 2 G.$$

$$\text{of } A \times (x-a) + B \times (x-b) = C \times (c-x) + D \times (d-x)$$

$$\text{dus } Ax + Bx + Cx + Dx = Aa + Bb + Cc + Dd$$

$$\text{en } x = \frac{Aa + Bb + Cc + Dd}{A + B + C + D.}$$

I. Gevolg. Men vindt dus tusſchen twee ligchaamen den afſtand die het zwaartepunt van een derzelver heeft, als men het gewigt van 't andere vermenigvuldigt met den geheelen afſtand van beide, en deelt door de ſom der gewigten.

Fig. 7. Dus is $AB = \frac{P \times O + Q \times AC}{P+Q} = \frac{Q \times AC}{P+Q}$.

II. Gevolg. Men kan dus ook het gemeene zwaartepunt van verſcheidene ligchaamen vinden, zo dezelven niet in ééne regte lijn liggen.

Fig. 11. Indien A, B, D en F verſchillende ligchaamen zijn, wier gemeen zwaartepunt gevraagd wordt, zoekt men eerst het zwaartepunt tusſchen A en B door den zo even gemelden regel $AC = \frac{B \times AB}{A+B}$. Vervolgens kan men aanmerken dat het gewigt van A en B in hun zwaartepunt C geplaatst is, en dus zoekt men het middenpunt van zwaarte tusſchen A+B en D als voren, en men vindt $CE = \frac{D \times CD}{A+B+D}$. Eindelijk het gewigt der drie ligchaamen A, B en D in hun gemeen zwaartepunt E onderſteld zijnde, zoekt men het

het laatste tusschen A+B+D en F, door deeze gelijkheid $EG = \frac{F \times EF}{A+B+C+D}$, en G zal het gemeene zwaartepunt van allen zijn.

XXXIX. VOORSTEL.

Zo men uit een hoek van eenen driehoek een lijn op het midden van de tegenovergestelde zijde trekt, is het middenpunt van Zwaarte des driehoeks gelegen op het $\frac{1}{3}$ deel van deeze lijn, af gerekend van die, op welke dezelven getrokken is.

Bewijs. Fig. 12. De zijden BC en AC des driehoeks ABC midden door gedeeld zijnde en de lijnen AF en BE getrokken hebbende, zal D het zwaartepunt des driehoeks zijn; want de lijn AF door 't midden van BC gaande, gaat ook door 't midden en dus door 't zwaartepunt van al de lijnen evenwijdig aan BC getrokken (35 V. 3 Gev.) derhalven ook door 't zwaartepunt des driehoeks ABC. Insgelijks gaat BE door 't midden van AC, dus ook door de zwaartepunten van al de lijnen evenwijdig aan AC, en derhalven ook door 't zwaartepunt des driehoeks. De driehoek nu maar één zwaartepunt hebbende, moet ook D, het eenigst punt dat aan beide lijnen gemeen is, dit zwaartepunt zijn.

Dat nu $DF = \frac{1}{3} AF$ is, blijkt als men FG evenwijdig aan AC trekt; want dan is

$BF:BC = FG:CE$ of AE
en $BF = \frac{1}{2} BC$

dus $FG = \frac{1}{2} AE$
en $FG : AE = DF : AD$

dus $DF = \frac{1}{2} AD = \frac{1}{3} DF$.

Gevolg. Men kan dus het zwaartepunt van alle regtlijnige figuuren vinden door dezelven in driehoeken te verdeelen, elks zwaartepunt afzonderlijk te zoeken, vervolgens het gemeen zwaartepunt van die allen, en dit zal het begeerde zwaartepunt van de figuur zijn.

Fig. 13. Om dus van 't Trapezium ABCD (welke twee evenwijdige zijden AB en CD heeft) het zwaartepunt te bepaalen, deelt men AB midden door in F, en men trekt de lijnen DF en CF, waar door 't Trapezium in drie driehoeken gedeeld wordt, van welken $\triangle ADF = \triangle FBC$ is. Vervolgens van elk deezer driehoeken het zwaartepunt bepaald hebbende, zal O dat van $\triangle DFC$, I dat van $\triangle ADF$ en K dat van $\triangle FCB$ zijn; wijl nu deeze beide laatste driehoeken gelijke hoogten hebben, moet de lijn IK, die hunne zwaartepunten vereenigd, evenwijdig zijn aan AB, en het gemeen zwaartepunt van beide zal in M, in het midden tusschen I en K, zijn. Derhalven blijft 'er thans nog over om het gemeen zwaartepunt tusschen $\triangle FDC$ en $\triangle ADF + \triangle FCB$ te bepaalen: dit zal, als men het gewigt van den eersten driehoek in O en van de beide anderen in M plaatst, dan in P zijn, als $PM = \frac{\triangle FCD \times OM}{\triangle ADF + DFC + FCB}$ is, of vermits de

driehoeken tot elkander zijn als hunne grondvlakken, als $PM = \frac{CD \times OM}{CD + AB}$ is.

Aanmerking. Dit voorstel met deszelfs gevolg is van zeer veel belang in de berekening van de sterkte der dijken.

ZEVENDE HOOFDDEEL.

Over de Neerdaaling langs hellende vlakken.

XL. VOORSTEL.

Een ligchaam, dat langs een hellend vlak neêrdaalt, wordt niet door de volstrekte maar door eene betrekkelijke zwaartekragt bewoogen: van welken de eerste tot de tweede staat als de lengte van 't hellend vlak tot de hoogte. Of $Z : z = AC : AB$ (*).

Bewijs. Fig. 14. Laat ac de volstrekte zwaartekragt zijn van 't ligchaam a, welke ontbonden wordt in de kragten ab en bc, dan is ab de kragt met welke het ligchaam loodregt op 't vlak werkt, en door de wederwerking van 't vlak vernietigd wordt; en dus bc de overige kragt waar mede het ligchaam neerdaalt. Nu is om de gelijkformigheid der driehoeken ABC en abc.

ac

(*) De letter Z beduidt de volstrekte en z de betrekkelijke zwaartekragt.

$$ac : bc = AC : AB$$
$$\text{dus } Z : z = AC : AB.$$

Gevolg. Derhalven is de betrekkelijke kragt waar door een ligchaam langs een hellend vlak neêrdaalt, gelijk aan de volstrekte zwaartekragt vermenigvuldigd met de hoogte en gedeeld door de lengte van 't hellend vlak. Of $Z = \frac{z \times AB}{AC}$.

XLI. VOORSTEL.

Als een ligchaam vrij nedervalt, terwijl een ander de gansche lengte van 't hellend vlak afloopt, zal de lengte van den vrijen val staan tot de lengte van 't hellend vlak als de lengte tot de hoogte. Of L : l = AC : AB (*).

Bewijs. Vermits de tijden van beweeging gelijk zijn, is

$$L : l = Z : z. \quad \text{26 V. 4 Gev.}$$
$$Z : z = AC : AB. \quad \text{40 V.}$$
$$\text{dus } L : l = AC : AB.$$

I. Gevolg. Als een ligchaam de hoogte van 't hellend vlak afloopt zal een ander het gedeelte van de lengte afloopen, dat bevat is tusschen het toppunt en de

(*) De letter L duidt aan de lengte langs welke het ligchaam nedervalt, en l de afgeloope lengte van 't hellend vlak.

de loodlijn, die uit den regten hoek op de lengte van 't hellend vlak valt.

Fig. 14. L : l = AC : AB
AC : AB = AB : AD

L : l = AB : AD
en L = AB zijnde

is l = AD.

II. Gevolg. Alle Chorden, uit één punt in een Cirkel getrokken, worden in denzelfden tijd doorloopen als de middenlijn van den Cirkel.

De Chorden AC en AD (Fig. 15.) verlengd zijnde tot zij in E en F door de raaklijn EB gesneden worden, zijn zij gedeeltens van de hellende vlakken AE en AF, en worden door de loodlijnen BC en BD juist in C en D afgesneden; want de hoeken ACB en ADB zijn regte hoeken: derhalven worden AC en AD in denzelfden tijd doorloopen als de hoogte der vlakken of de middenlijn AB.

III. Gevolg. De Zwaartekragten, die de ligchaamen de gemelde Chorden doen doorloopen, zijn evenredig aan de lengtens deezer Chorden.

Want in gelijke tijden zijn de doorloopene lengtens tot elkander als de Zwaartekragten. 26 V. 4 Gev.

XLII. VOORSTEL.

Als een ligchaam vrij nedervalt, terwijl één ander de gansche lengte van 't hellend vlak afloopt, is de snel-

ſnelheid die het ligchaam door zijnen vrijen val verkrijgt tot de ſnelheid van dat, welke langs de lengte van 't hellend vlak heengaat gelijk de lengte tot de hoogte. Of $S : s = AC : AB$ (*).

Bewijs. Vermits de tijden van beweeging gelijk zijn, is

$$S : s = Z : z. \quad 24\ V.\ 3\ Gev.$$
$$Z : z = AC : AB. \quad 40\ V.$$
$$S : s = AC : AB.$$

XLIII. VOORSTEL.

De ſnelheid, die een ligchaam verkrijgt door alleen langs de hoogte van 't hellend vlak te vallen is gelijk aan die, welke het verkrijgt door langs de lengte te vallen.

Bewijs. $S = \sqrt{2AB \times Z}$
$s = \sqrt{2AC \times z}$ 27 V.

dus $S : s = \sqrt{2AB \times Z} : \sqrt{2AC \times z}$ V

$$S^2 : s^2 = 2AB \times Z : 2AC \times z.$$
$$Z : z = AC : AB.\ 40\ V.$$
$$S^2 : s^2 = 2AB \times AC : 2AC \times AB$$

dus $S^2 = s^2$ of $S = s$.

I. Ge-

(*) De letter S beduidt de ſnelheid die 't ligchaam door zijnen vrijen val verkrijgt, en s de ſnelheid langs de lengte.

I. Gevolg. Derhalven verkrijgen de ligchaamen die nederdaalen langs verſchillende hellende vlakken, welken dezelfde hoogte hebben, allen dezelfde ſnelheid op 't einde hunner val.

II. Gevolg. Ook is de ſnelheid eens ligchaams in elk punt van een hellend vlak gelijk aan de ſnelheid in elk overeenkomſtig punt der hoogte, dat met het eerſte in dezelfde horizontaale lijn gelegen is.

XLIV. VOORSTEL.

De tijd, die een ligchaam nodig heeft om langs de hoogte te vallen, is tot den tijd die vereischt wordt langs de lengte, gelijk de hoogte tot de lengte. Of $T : t = AB : AC$ (*).

Bewijs. $S : s = ZT : zt$. 24 V. 1 Gev.

$$S : s = ZT : \frac{Z \times AB}{AC} \times t. \quad \text{40 V. Gev.}$$

AC

$$S : s = ZT \times AC : Zt \times AB$$

Z

$$S : s = T \times AC : t \times AB$$

$$S = s. \quad \text{43 V.}$$

$$\text{dus } T \times AC = t \times AB$$

$$\text{en } T : t = AB : AC.$$

XLV. VOOR-

(*) De letter T beduidt den tijd die verloopt geduurende 't vallen langs de hoogte, en t, dien welke geduurende 't vallen langs de lengte vereischt wordt.

XLV. VOORSTEL.

De zwaartekragten waar mede twee ligchaamen langs twee gelijkformige vlakken bewoogen worden, zijn gelijk.

Bewijs. Fig. 16. (†) $z = Z \times \frac{AB}{AC}$

$\dot{z} = Z \times \frac{ab}{ac}$ 40 V. Gev.

dus $Z : \dot{z} = \frac{Z \times AB}{AC} : \frac{Z \times ab}{ac}$

en $\frac{Z \times AB}{AC} = \frac{Z \times ab}{ac}$. Onderst.

dus $z = \dot{z}$.

I. Gevolg. Dus zijn de tijden die twee ligchaamen nodig hebben om langs de lengtens van twee gelijkformige vlakken neêr te daalen, tot elkander als de vierkants wortels uit deeze lengtens. 26 V. 2 Gev.

II. Gevolg. De fnelheden, die de ligchaamen verkrijgen, als zij langs de lengtens van deeze vlakken neêrgedaald zijn, ftaan tot elkander in dezelfde reden.

XLVI. VOOR-

(†) De letter z beduidt de betrekkelijke zwaartekragt, waar door 't ligchaam langs AC, en ż die waar door 't ander ligchaam langs ac bewoogen wordt.

XLVI. VOORSTEL.

Een ligchaam langs de lengte van een hellend vlak neêrgedaald en met die verkreege ſnelheid weder opgeworpen zijnde, zal tot hetzelfde punt weder opklimmen, alvorens zijne geheele ſnelheid verlooren te hebben.

Bewijs. Dit volgt onmiddelijk uit het Gevolg van 't 30 Voorſtel.

XLVII. VOORSTEL.

Indien een ligchaam langs verſcheidene hellende vlakken neêrdaalt, die zodanig aan elkander verbonden zijn dat het ligchaam in den overgang van het eene hellende vlak tot het andere niets van deszelfs ſnelheid verliest, dan zal de verkreege ſnelheid op het einde deezer vlakken gelijk zijn aan die welke het ligchaam zoude hebben, als het langs de hoogte van alle deeze vlakken gevallen was.

Bewijs. Fig. 17. Het ligchaam langs het eerſte vlak AB daalende, verkrijgt dezelfde ſnelheid als of 't gevallen was langs GB (43 V. Gev.) dus in B zijnde kan men aanmerken dat hetzelve langs GB is neêrgedaald en verder in 't verlengde van BC voortgaat. In C komende heeft het ligchaam dus dezelfde ſnelheid langs AB en BC als of 't langs GC of HC was neêrgedaald, dus kan men aanmerken als of het in 't verlengde van HC, te weeten CD, voortgaat met de ſnelheid verkreegen langs AB en BC of langs GC of langs HC. Dus in D komende heeft het ligchaam

dezelfde ſnelheid als of 't neêrgedaald was langs AB, BC en CD of langs HD of langs de hoogte FD.

XLVIII. VOORSTEL.

Het verlies van ſnelheid, dat een ligchaam in den overgang van 't eene hellende vlak op 't andere ondergaat, is evenredig aan de ſinus verſus van den uitwendigen hoek, dien de beide vlakken met elkander maaken.

Bewijs. Fig. 14. Zo BD de ſnelheid is die 't ligchaam langs AB gevallen zijnde, in B hebbén zou, en dezelve ontbonden wordt in BF en DF, zal BF de ſnelheid zijn die 't ligchaam langs BC behoudt; dus is het verlies van ſnelheid gelijk aan BD—BF of BC—BF=FC, welke de ſinus verſus van den uitwendigen hoek CBD is, dien de vlakken AB en BC met elkander maaken.

Gevolg. Als derhalven eén ligchaam langs eenige aan elkander verbondene hellende vlakken valt, is 't verlies van ſnelheid gelijk aan de ſom van de ſinus verſus der uitwendige hoeken.

XLIX. VOORSTEL.

Een ligchaam langs eene kromme lijn neêrdaalende, ondergaat geen verlies van ſnelheid.

Bewijs. Fig. 15. Als men in de kromme lijn AE eenige Chorden AB, BC, CD en DE trekt, maaken dezelven een gedeelte van den omtrek eens veelhoeks uit, wiens zijden zo kunnen vermenigvuldigd worden dat de ſom van de ſinus verſus der uitwendige hoeken

 min-

minder is dan eenige bepaalde grootheid, hoe klein die ook zijn moge: derhalven is ook het verlies der snelheid van 't ligchaam langs deeze zijden zo klein dat zij door geene grootheid uit te drukken zij. Daar nu de kromme lijn de limiet van den veelhoek is, wordt het verlies van snelheid, die 't ligchaam langs de kromme lijn lijdt, gelijk nul.

I. Gevolg. De snelheid welke het ligchaam in elk punt van de kromme lijn zou hebben, is dezelfde, als die welke het ligchaam op de raaklijn voor dat punt hebben zou.

II. Gevolg. Het ligchaam langs eene kromme lijn neêrdaalende zal op het eind dezelfde snelheid hebben verkreegen als dat hetzelve langs de hoogte deezer lijn was neêrgedaald. 47 V.

III. Gevolg. Ook zal het ligchaam, met de verkreege snelheid uit den val langs de kromme lijn weder opgeworpen zijnde, tot dezelfde hoogte opklimmen, van welke hetzelve gevallen is.

ACHTSTE HOOFDDEEL.

Over de Slingers.

XIV. BEPAALING.

Een enkele Slinger is een ligchaam, dat verbeeld wordt aan een lijn zonder gewigt te hangen.

L. VOOR-

L. VOORSTEL.

Een Slinger zich in een Cirkelboog beweegende, wordt aangezet door eene betrekkelijke Zwaartekragt, die evenredig is aan de finus van den hoek van opheffing.

Bewijs. Fig. 16. De Slinger AB uit de loodlijn tot den ftand AC opgeheven wordende, tragt het ligchaam C weder neêr te daalen langs de raaklijn CF: dus moet de volftrekte Zwaartekragt CE ontbonden worden in CD en DE, evenwijdig aan CE; dan wordt de kragt CD, in het verlengde van den draad AC zijnde, en tegen denzelven inwerkende, door haar vernietigd, en de kragt DE blijft alleen over om daar door neêr te daalen, en vervolgens weder aan de andere zijde op te klimmen.

$$\text{Nu is } \underline{\underline{CE}} : \underline{\underline{ED}} = AF : CF = \underline{\underline{\text{Rad.}}} : \text{fin. } \angle A$$

$$\text{of (*) } Z : z = 1 : \text{fin. } \angle A$$

$$\text{dus } z = Z \times \text{fin. } \angle A.$$

Wijl nu de volftrekte Zwaartekragt fteeds beftendig blijft, is de betrekkelijke evenredig aan de finus van ∠A of van den hoek van opheffing.

I. Gevolg. Derhalven is de Zwaartekragt, door welke Slingers in Cirkelboogen bewoogen worden, niet be-

(*) De letter Z duidt de volftrekte, en z de betrekkelijke Zwaartekragt aan.

beſtendig dezelfde, maar vermindert van oogenblik tot oogenblik.

II. Gevolg. De ſtof, waaruit de ligchaamen der Slingers beſtaan, brengt niets toe tot verſnelling of vertraaging des Slingers.

III. Gevolg. De Zwaartekragten, door welken twee Slingers in gelijkformige boogen bewoogen worden, zijn gelijk in derzelver overeenkomſtige punten.

Van den Slinger AB is $z = Z \times \sin. \angle CAB$
van den Slinger AG is $\dot{z} = Z \times \sin. \angle IAG$

dus $z : \dot{z} = Z \times \sin. \angle CAB : Z \times \sin. \angle IAG$
$Z \times \sin. \angle CAB = Z \times \sin. \angle IAG$

dus $z = \dot{z}$.

LI. VOORSTEL.

Als men den draad eens Slingers, hebbende de lengte eens halven Roltreks, om denzelven ſpant, en zijn onderſte eind vervolgens weder losmaakt, en van den Roltrek doet afwijken, zal 't ligchaam des Slingers onder deeze afwijking eenen anderen Roltrek, die aan den eerſten gelijk is, beſchrijven.

Bewijs. Fig. 17. De draad den halven Roltrek ATC beſpannende en vervolgens daar van afwijkende, neemt de rigtingen CTP, CDX achtervolgens aan, en 't ligchaam P beſchrijft daar door den Roltrek APX = ATC: hetgeen blijken zal, als men AB evenwijdig aan CE trekt, op XD een Cirkel beſchrijft, en TG en

en PH evenwijdig aan AD getrokken worden, en men bewijst dan 1.) dat PH= boog XH zij; want hier uit volgt dat APX een Roltrek is: ten 2.) dat DX=CD=AE zij; want dan zullen de maakende Cirkels der beide Roltrekken en dus de Roltrekken zelfs gelijk zijn.

CDX = CTA = 2AE
CD = AE

dus DX = AE. Derhalven zijn de maakende Cirkels gelijk.

Wijl nu AG aan TK en GT aan AK evenwijdig is, moet AG=TK en GT=AK zijn.

Derhalven TP = AT = 2AG
en TK = AG zijnde,

is PK = AG = TK.

Dus zijn de lijnen GT en PH even verre van AD, derhalven boog AG= boog DH, boog GE= boog HX, en AG, PK en DH evenwijdig aan elkander.

Nu is AD = CE = boog AGE
en AK = GT = boog AG

dus DK = PH = boog GE = boog HX.

Het geen eene eigenschap van den Roltrek is, welke op dezelfde wijs voor ieder punt kan beweezen worden. Dus is APX een Roltrek, die aan den Roltrek ATC gelijk is, vermits de maakende Cirkels even groot zijn.

Gevolg. Zo dus aan de andere zijde van den Roltrek ATC een tweeden Roltrek geplaatst wordt, zal de

Slin-

Slinger ook aan deeze zijde eenen gelijken halven Roltrek BX befchrijven, en dus in eene volkomene flingering den geheelen Roltrek AXB doorloopen.

LII. VOORSTEL.

Als een Slinger zich in een Roltrek beweegt, zullen de Zwaartekragten, door welken het ligchaam in elk punt bewoogen wordt, evenredig zijn aan derzelver afftanden van 't laagfte punt des Roltreks. Of (*) K : k = PX : OX.

Bewijs. Fig. 17. Volgens eene eigenfchap des Roltreks is de Raaklijn PF evenwijdig aan de Chorde HX, dus zal de Zwaartekragt hetzelfde vermogen oeffenen op een ligchaam in den Roltrek in 't punt P, als op een ander, dat zich langs de Chorde HX beweegt; want de raaklijn Ps is evenwijdig aan de Chorde HX: insgelijks in 't punt O als langs de Chorde RX.

Nu is K : k = HX : RX = 2HX : 2RX. 41 V. 3 Gev.

of K : k = PX : OX.

LIII. VOORSTEL.

Als men met de regte lijn CX, gelijk aan eenen willekeurigen boog PX van den Roltrek, eenen halven Cirkel befchrijft, en FX gelijk aan den boog OX ge-

(*) De letter K duidt aan de kragt waar door 't ligchaam in 't punt P, en k die, waar door 't ligchaam in O bewoogen wordt.

genoomen hebbende, in F eene loodlijn FG oprigt, zal deeze lijn evenredig zijn aan de snelheid die het ligchaam, uit P gevallen zijnde, in 't overeenkomstig punt O van den Roltrek heeft. Of snelheid in O: snelheid in X = FG : QX.

Bewijs. Fig. 18. PL en OM regthoekig op DX geplaatst en de Chorden RX en HX getrokken hebbende, is

$PX : OX = 2HX : 2RX$

dus $PX^2 : OX^2 = 4HX^2 : 4RX^2 = 4DX \times LX : 4DX \times MX$

4DX

$PX^2 : OX^2 = LX : MX$

$CX^2 : FX^2 = LX : MX$. Onderst.

en $GX^2 - FX^2 : CX^2 = LX - MX : LX$

$FG^2 : QX^2 = LM : LX$

of $FG : QX = \sqrt{LM} : \sqrt{LX}$

$\sqrt{LM} : \sqrt{LX} =$ S. in O : S. in X.

43 V. 2 Gev. en 26 V. 2 Gev.

dus FG : QX = S. in O : S. in X.

XLIV. VOORSTEL.

Als men met een Radius, die gelijk is aan den boog eenes Roltreks, eenen halven Cirkel beschrijft, zal een ligchaam in denzelfden tijd, dat de Slinger zich door een gedeelte des Roltreks beweegt, den overeenkomstigen boog van den Cirkel gelijkmaatig doorloopen met eene snelheid, welke gelijk is aan die des Slingers in 't laagste punt des Roltreks.

Be-

Bewijs. Fig. 18. De boog GK in den Cirkel zal in denzelfden tijd doorloopen worden als de overeenkomende boog in den Roltrek. Want laat O o zulk een klein boogje in den Roltrek zijn, dat de beweeging des Slingers langs denzelven als gelijkmaatig kan worden aangemerkt, en zij F f aan hetzelve gelijk; vervolgens f g regthoekig op CX, en G r op f g getrokken hebbende.

Is $\angle gGr = \angle FGX$
en $\angle grG = \angle GFX = \angle$

dus $Gg : Gr = GX : GF$

of $Gg : Oo = QX : GF =$ S. in X : S. in O. 53 V.

Nu zijn G g en O o gelijkmaatig doorgeloopene lengtens, die derhalven tot elkander zijn als de ſnelheden, dus moeten volgens 't 14 V. 1 Gev. de tijden, in welken zij doorloopen worden, gelijk zijn. Op dezelfde wijs kan men dus aantoonen dat de overige overeenkomſtige deelen van de boogen O p en G K in gelijke tijden doorloopen worden, dus moeten deeze geheele boogen ook in denzelfden tijd worden doorloopen.

Gevolg. Dus zal ook de Slinger in denzelfden tijd, dat het ligchaam den halven Cirkel doorloopt, eene ſlingering langs den overeenkomſtigen boog van den Roltrek doen. Of Tijd voor CQE = Tijd voor PXN.

LV. VOORSTEL.

De tijd, in welken een Slinger zich langs een Roltrek beweegt, ſtaat tot den tijd in welken een ligchaam langs de As van den Roltrek vallen zou, als de omtrek eens Cirkels tot zijn middenlijn.

Be-

Bewijs. Fig. 21. T de tijd zijnde in welken de Slinger den Roltrek PXN doorloopt, en t die, in welken een ligchaam langs den as DX valt, brengt men deeze ongelijkmaatige beweegingen tot gelijkmaatigen over. De tijd t, die nodig is voor den val langs DX, is gelijk aan den tijd voor den val langs HX, 41 V. 2 Gev. of aan den tijd om eene lengte, aan 2HX gelijk, met de verkreege snelheid in X gelijkmaatig door te loopen. 28 V.

Dus is t. voor DX = t. voor 2HX
en T. voor PXN = T. voor CQE. 54 V. Gev.

dus T : t = CQE : 2HX. 14 V. 3 Gev.
PX = CX

dus T : t = CQE : CX 2

T : t = Omtrek : CE.

Gevolg. De tijd eener slingering door den Roltrek is gelijk aan den tijd van valling langs de halve lengte des Slingers met 3,14 vermenigvuldigd. Of T = 3,14 × t.

Want (Fig. 21.) de as DX van den Roltrek AXB is altijd gelijk aan de halve lengte des Slingers CX, dus is de tijd van valling langs den as of t hetzelfde als de tijd van valling langs de halve lengte des Slingers.

Nu is T : t = Omtrek : Middenlijn = 3,14 : 1
dus T = 3,14 × t.

LVI. VOORSTEL.

De tijd eener flingering door den Roltrek is gelijk 3,14 vermenigvuldigd met den vierkants wortel uit de lengte des Slingers gedeeld door de zwaartekragt.

Of $T = 3{,}14 \sqrt{\frac{L}{Z}}$.

Bewijs. Fig. 21. Als men L voor de lengte des Slingers CX ftelt, dan is de tijd geduurende welken een ligchaam langs de halve lengte CD valt.

Of $t = \sqrt{\frac{2CD}{Z}} = \sqrt{\frac{L}{Z}}$. 27 V.

Nu is $T = 3{,}14 \times t$. 55 V. Gev.

en $t = \sqrt{\frac{L}{Z}}$

dus $T = 3{,}14 \sqrt{\frac{L}{Z}}$.

I. Gevolg. Dus worden alle boogen van den Roltrek, het zij klein of groot, in denzelfden tijd doorloopen.

Want $T = 3{,}14 \sqrt{\frac{L}{Z}}$ is onbepaald gevonden voor alle boogen, het zij groot of klein, dus zo lang de lengte des Slingers en de Zwaartekragt dezelfde blijft, is de tijd van beweeging langs eenen kleinen boog dezelfde als langs eenen grooten.

II. Gevolg. Kleine Cirkelboogen, fchoon ongelijk in grootte, worden door eenen Slinger in denzelfden tijd doorloopen.

Want

Want (Fig. 21.) zo men met de lengte van den Slinger CX eenen Cirkel beschreef, zou een gedeelte van deszelfs omtrek ter wederzijden van 't punt X juist met een gedeelte van den Roltrek AXB overeenkoomen.

III. Gevolg. Als Slingers verschillende lengtens hebben, en door verschillende Zwaartekragten bewoogen worden, zijn de tijden van slingering tot elkander als de vierkants wortels uit hunne lengtens, gedeeld door de Zwaartekragten.

Of $T : t = \sqrt{\frac{L}{Z}} : \sqrt{\frac{l}{z}}$.

$$\text{Want } T = 3{,}14 \sqrt{\frac{L}{Z}}$$
$$t = 3{,}14 \sqrt{\frac{l}{z}}$$

$$\text{dus } T : t = 3{,}14 \sqrt{\frac{L}{Z}} : 3{,}14 \sqrt{\frac{l}{z}} = \sqrt{\frac{L}{Z}} : \sqrt{\frac{l}{z}}.$$

IV. Gevolg. Als de lengtens der Slingers evenredig zijn aan de Zwaartekragten, zijn de tijden van slingering gelijk.

$$\text{Want } T : t = \sqrt{\frac{L}{Z}} : \sqrt{\frac{l}{z}}$$
$$\frac{L}{Z} = \frac{l}{z}. \text{ Onderst.}$$

$$\text{dus } T = t.$$

Aanmerking. Dit laatste gevolg is de grond waarop men on-

ontdekt heeft dat de Zwaartekragt op alle plaatſen der Aarde niet dezelfde was. Als mede dat dezelve verminderde naar maate men zich verder van 't middenpunt der Aarde verwijderde.

LVII. VOORSTEL.

Als Slingers zich in gelijkvormige boogen beweegen, zijn de tijden van ſlingering tot elkander als de vierkants wortels uit de lengtens der Slingers. Of $T : t = \sqrt{L} : \sqrt{l}$.

Bewijs. $T : t = \sqrt{\frac{L}{Z}} : \sqrt{\frac{l}{z}}$. 56 V. 3 Gev.

$Z = z$ 50 V. 3 Gev.

dus $T : t = \sqrt{L} : \sqrt{l}$.

LVIII. VOORSTEL.

De getalen van ſlingeringen, die verſchillende Slingers geduurende denzelfden tijd in gelijkvormige boogen doen, ſtaan tot elkander in de omgekeerde reden van de vierkants wortels uit de lengtens der Slingers. Of (*) $G : g = \sqrt{l} : \sqrt{L}$.

Bewijs. Het getal van ſlingeringen is in een bepaalden tijd des te grooter, hoe kleiner de tijd is die tot ééne ſlingering vereischt wordt; daarentegen des te kleiner, hoe grooter de tijd voor ééne ſlingering zijn moet. Der-

(*) De letters G en g beduiden de getalen van ſlingering, L en l de lengtens der Slingers.

Derhalven is $G : g = t : T$

$$t : T = \sqrt{l} : \sqrt{L}. \quad 57\ V.$$

$$\text{dus } G : g = \sqrt{l} : \sqrt{L}.$$

LIX. VOORSTEL.

De hoogte, langs welke een ligchaam valt in den tijd van éene flingering, is gelijk aan de halve lengte des Slingers vermenigvuldigd met het vierkant van 3,14. Of $H = (3{,}14)^2 \times \frac{1}{2}L$.

Bewijs. Zij L de lengte des Slingers, en H de doorgevalle hoogte, T de tijd in welken de flingering gefchiedt en in welken dus de hoogte H doorgeloopen wordt, en t de tijd van valling langs $\frac{1}{2}L$, dan is

$$T = 3{,}14 \times t. \quad 55\ V.\ Gev.$$

$$\text{dus } \frac{T}{3{,}14} = t.$$

$$\text{Nu is } \tfrac{1}{2}L : H = t^2 : T^2. \quad 26\ V.\ 2\ Gev.$$

$$\text{of } \tfrac{1}{2}L : H = \frac{T^2}{(3{,}14)^2} : T^2$$

$$\text{of } \tfrac{1}{2}L : H = 1 : (3{,}14)^2$$

$$\text{dus } H = (3{,}14)^2 \times \tfrac{1}{2}L.$$

Aanmerking. Door dit voorftel kan men dus naauwkeurig vinden, hoeveel voeten een ligchaam in den tijd van éene feconde valt.

LX. VOORSTEL.

Indien een Slinger zich bewoog langs de Chorden in plaats van langs Cirkelboogen, zou de tijd, in welken dezelve eenmaal zijne slingering volbragt, gelijk zijn aan die, welke nodig was tot den val eenes ligchaams langs agtmaal de lengte des Slingers.

Bewijs. Fig. 22. In den tijd, dat de Chorde AB door den Slinger doorloopen wordt, valt het ligchaam de geheele middenlijn BE, en dus tweemaal de lengte BC door. 41 V. 2 Gev. het welk insgelijks plaats heeft als het ligchaam langs de Chorde BD weder opklimt, dus wordt de lengte van BC viermaal doorloopen in den tijd dat de Slinger langs AB daalt en langs BD opklimt. Wanneer nu de Slinger van D door B naar A langs de Chorden wederkeert, wordt BC op dezelfde wijs nog eens viermaal doorloopen: derhalven valt een ligchaam agtmaal de lengte des Slingers BC door, in den tijd dat de Slinger langs de Chorde AB en BD eene volkome slingering doet.

LXI. VOORSTEL.

De tijd eener slingering in een kleinen Cirkelboog staat tot den tijd eener slingering langs de overeenkomstige Chorden als het $\frac{1}{4}$ van den omtrek des Cirkels tot den middenlijn. Of (*) $T : t = \frac{1}{4}O : BE$.

Be-

(*) De letter T beduidt den tijd der slingering in den Cirkelboog en t den tijd der slingering langs de Chorde.

Bewijs. Vermits de tijd van valling gelijk is aan de vierkants wortel uit tweemaal de lengte gedeeld door de Zwaartekragt. 27 V.

$$\text{is } t = \sqrt{\frac{16BC}{Z}} = 4\sqrt{\frac{BC}{Z}}. \quad 60 \text{ V.}$$

$$\text{en } T = 3{,}14\sqrt{\frac{BC}{Z}}. \quad 56 \text{ V.}$$

$$\text{dus } T : t = 3{,}14\sqrt{\frac{BC}{Z}} : 4\sqrt{\frac{BC}{Z}}$$

$$\text{of } T : t = \frac{3{,}14}{4} : 1 = \tfrac{1}{4}O : 1.$$

Gevolg. Dus wordt een boog, hoe klein die ook zijn mag, eer doorloopen dan deszelfs Chorde.

XV. BEPAALING.

Een zamengestelde Slinger is eene onbuigbaare lijn, door welke twee of meer ligchaamen met elkander vereenigd zijn.

XVI. BEPAALING.

Het Middenpunt van Slingering of Slingerpunt is een punt van den zamengestelden Slinger, welke van 't ophangpunt zulk eenen afstand heeft, dat een enkele Slinger van dezelfde lengte gelijktijdig met den zamengestelden Slinger zich beweegen zou.

LXII. VOORSTEL.

Een gewigt onder en boven het Slingerpunt ge-

plaatst zijnde, zal het eene gewigt vermenigvuldigd met zijne afſtanden zo van 't ſlinger- als hangpunt gelijk zijn aan 't andere insgelijks met zijne beide afſtanden vermenigvuldigd.

Bewijs. Fig. 23. De Slinger AC korter zijnde dan BC, heeft eene ſneller beweeging dan de laatſte, en moet dus door vereeniging met dezelve vertraagd worden; terwijl de Slinger BC door die zelfde vereeniging vertraagd wordt. Dus zal de Slinger AC, door deeze vereeniging vertraagd zijnde, gelijktijdig ſlingeren met eene enkelvoudige Slinger die langer is, als CS; terwijl de Slinger BC door de vereeniging verſneld zijnde gelijktijdig ſlingeren zal met eenen enkelvoudigen Slinger die korter is, dan CS: dus is de verſnellende kragt van den eenen gelijk aan de vertraagende kragt van den anderen. Wanneer men nu GF evenwijdig aan BC trekt, en den Slinger in den ſtand van BC plaatst, worden de punten A, S en B met gelijke betrekkelijke zwaartekragt aangezet om te beweegen, zo dat de gelijke boogen AG, Ss en BF in denzelfden tijd beſchreeven worden, en dus evenredig aan de ſnelheden deezer punten zijn. Doch het ligchaam A beweegt zich niet door AG, maar door AE, dus is de vertraaging van de ſnelheid van A evenredig aan EG, en de vertraagende kragt $=A\times EG$. Het ligchaam B beweegt zich niet door BF, maar door BD, dus is de vermeerdering der kragt van $B=B\times DF$. Wijl nu deeze beide kragten op de afſtanden AC en BC van 't beweegpunt C werken, is het geheel vermogen van $A=A\times EG\times AC$, en van $B=B\times DF\times BC$. 34 V.

Der-

Derhalven $A \times EG \times AC = B \times FD \times BC$
$EG : FD = sG : sD = AS : BS$

dus $A \times AS \times AC = B \times BS \times BC$.

LXIII. VOORSTEL.

De afstand die 't slingerpunt van 't hangpunt heeft is gelijk aan de som der producten van elks gewigt met het vierkant van zijn afstand van 't hangpunt, gedeeld door de som der producten van elks gewigt met zijne enkele afstand van 't hangpunt vermenigvuldigd.

Bewijs. Fig. 24. Zij OD de zamengestelde slinger, O het ophang- en S het slingerpunt, en $OS = x$, $OA = a$, $OB = b$, $OC = c$, $OD = d$, dan is

$A \times AO \times AS + B \times BO \times BS = C \times CO \times CS + D \times DO \times DS$. 62 V.
of $A \times a \times (x - a) + B \times b \times (x - b) = C \times c \times (c - x) + D \times d \times (d - x)$

$$\text{dus } x = \frac{Aaa + Bbb + Ccc + Ddd}{Aa + Bb + Cc + Dd}.$$

Gevolg. De afstand die 't slingerpunt van 't hangpunt heeft, is ook gelijk aan de som der producten van elks gewigt met het vierkant van zijnen afstand van 't hangpunt, gedeeld door de som der gewigten met hun gemeen zwaartepunt vermenigvuldigd.

Want zo Z het gemeene zwaartepunt van A, B, C en D zij, is

$$AZ = \frac{Aa + Bb + Cc + Dd}{A + B + C + D}. \quad 38\ V.$$

---

dus $(A + B + C + D)\ AZ = Aa + Bb + Cc + Dd$

derhalven $x = \frac{Aaa + Bbb + Ccc + Ddd}{(A + B + C + D)\ AZ}.$

LXIV. VOORSTEL.

In een zamengeſtelden Slinger, die uit eene gelijkſoortige ſtof beſtaat, en overal dezelfde dikte heeft, is het ſlingerpunt gelegen op een afſtand van $\frac{2}{3}$ van 't hangpunt.

Bewijs. Fig. 24. Zulk een Slinger kan men aanmerken als beſtaande uit deelen, die gelijk gewigt hebben, en van 't hangpunt af tot het einde toe op gelijke afſtanden van elkander geplaatst zijn: derhalven is $A = B = C = D$ enz. en de afſtand van 't ſlingerpunt tot 't hangpunt.

$$\text{of } x = \frac{A(aa+bb+cc+dd+ee)}{A(a+b+c+d+e)} = \frac{aa+bb+cc+dd+ee}{a+b+c+d+e}. \quad 63\ V.$$

In deeze beide reekſen zijn zo veele termen als 'er deelen in de lengte AD zijn, welke lengte zelfs de laatſte term van de onderſte reeks is, en welker eerſte term gelijk o is: derhalven is de onderſte reeks de ſom der natuurlijke getallen en de bovenſte de ſom van derzelver vierkanten; en

$$x \text{ is } = \frac{aa+bb+cc+dd+ee}{a+b+c+d+e} = \frac{AD^2 \times \frac{1}{3}AD}{AD \times \frac{1}{2}AD} = \frac{2}{3}AD.$$

NE-

NEGENDE HOOFDDEEL.

Over de voortgeworpene ligchaamen.

LXV. VOORSTEL.

Als een ligchaam, het zij horizontaal, het zij ſchuinsch wordt voortgeworpen, zal hetzelve een Parabel beſchrijven.

Bewijs. Fig. 25. en 26. Als het ligchaam langs de lijn AE wordt voortgeworpen, zou hetzelve gelijkmaatig voortgaan, en de gelijke lengtens AB, BC, CD en DE in gelijke oogenblikken doorloopen; doch hetzelve wordt te gelijk aangedaan door de werking der zwaartekragt, die het ligchaam naar beneden daalen doet. Wanneer men nu onderſtelt dat in den tijd t, in welke het ligchaam de lengte AB zou doorloopen, de zwaartekragt hetzelve zou doen vallen door AF, dan wordt het ligchaam door twee kragten AB en AF bewoogen, en moet dus na 't einde van t in G zijn. 19 V. Als de zwaartekragt in den tijd T, in welken het ligchaam AC doorloopt, hetzelve zou doen vallen door AH, moet het ligchaam door de werking der kragten AC en AH eindelijk in I zijn.

Nu is $t : T = AB : AC$ V

$t^2 : T^2 = AB^2 : AC^2$

$t^2 : T^2 = AF : AH$. 26 V. 2 Gev.

dus $AF : AH = AB^2 : AC^2$

of $AF : AH = FG^2 : HI^2$.

Der-

Derhalven zijn G en I punten van de Parabel, hetwelk op dezelfde wijs van de overigen beweezen wordt.

XVII. BEPAALING.

De Kragt des Worps noemt men de hoogte, langs welke het ligchaam vallende de vereischte ſnelheid verkrijgt, om daar mede opgeworpen zijnde eene bepaalde Parabel te kunnen beſchrijven.

LXVI. VOORSTEL.

De Kragt des Worps is gelijk aan het $\frac{1}{4}$ van de Parameter des Diameters, die tot dat punt, uit welk het ligchaam opgeworpen wordt, behoort.

Bewijs. Fig. 27. Laat AO de kragt van den Worp of de begeerde hoogte zijn, langs welke het ligchaam vallen moet om de vereischte ſnelheid te verkrijgen, en zij $AK = AO$; dan moet $AD = 2AO$ zijn, vermits een ligchaam met de verkreege ſnelheid uit den val langs AO, door eene gelijkmaatige beweeging tweemaal grooter lengte zal doorloopen. 28 V. Vervolgens LK evenwijdig aan de raaklijn AD getrokken hebbende.

$$\text{Is (*) } AK \times P = LK^2$$
$$LK^2 = AD^2 = 4AO^2$$

$$\text{dus } AK \times P = 4AO^2$$
$$AK = AO$$
$$P = 4AO$$
$$4$$
$$\tfrac{1}{4}P = AO.$$

Ge-

(*) De letter P beduidt hier Parameter.

Gevolg. De Kragt des Worps is dus gelijk aan den afstand, die het punt der Parabel van de Directrix heeft, of ook gelijk aan de Voerstraal van dat zelfde punt, waaruit de Worp geschiedt.

XVIII. BEPAALING.

De wijdte van den Worp is de horizontaale afstand tot welke het ligchaam geworpen wordt. De hoek van den Worp is die hoek, welke de rigting, langs welke het ligchaam geworpen wordt, met den Horizon maakt.

LXVII. VOORSTEL.

De wijdte des Worps is gelijk aan de dubbele kragt van den Worp met de Sinus van den dubbelen hoek der Worp vermenigvuldigd. Of $AM = 2AE \times \sin. 2\angle TAM$.

Bewijs. Fig. 28. Laat $\angle TAM$ de hoek des Worps zijn, AM de wijdte en AE de kragt van denzelven; vervolgens uit het brandpunt F de lijn FE en door 't snijpunt C de lijn ND getrokken hebbende.

$$
\begin{aligned}
\text{Is } EC &= CF \\
\angle ECD &= \angle NCF \\
\angle EDC &= \angle CNF = \angle \\
\hline
\text{dus } CD &= CN = \tfrac{1}{2}AP = \tfrac{1}{4}AM.
\end{aligned}
$$

Vervolgens met $EG = \frac{1}{2}AE$ eenen halven Cirkel beschreeven hebbende, zal dezelve door het snijpunt C gaan, vermits $\angle ACE = \angle$ is.

AM

$AM = 4CD$

$CD = \frac{CG \times \text{fin.} \angle DGC}{\text{Rad.}} = \frac{CG \times \text{fin.} \angle AGC}{1}$

$AM = 4CG \times \text{fin.} \angle AGC$

of $AM = 2AE \times \text{fin.} 2\angle AEC = 2AE \times \text{fin.} 2\angle TAM.$

I. Gevolg. Derhalven zijn van verfchillende ligchaamen de wijdten der Worpen tot elkander in de zamengeftelde reden van de kragten van werping en van de finus des dubbelen hoeks van voortwerping. Of $W : w = K \times \text{fin.}\ 2V : k \times \text{fin.}\ 2v$ (*).

II. Gevolg. Als dus een ligchaam met gelijke kragt onder verfchillende rigtingen wordt voortgeworpen, zullen de wijdten der Worpen evenredig zijn aan den dubbelen hoek van voortwerping. Of $W : w = \text{fin.}\ 2V : \text{fin.}\ 2v.$

III. Gevolg. De wijdte eener Worp, die met dezelfde kragt onder een hoek van 45 graaden gefchiedt, is de grootfte van allen.

Vermits de finus van 90° de grootfte van allen is.

IV. Gevolg. Een ligchaam wordt even ver geworpen als de hoek des Worps zo veel boven de 45 graaden als onder dezelven is.

Want CE finus zijnde van boog $AC = 2\angle AEC = 2\angle TAM,$

(*) De letters W en w beduiden de wijdten, K en k de kragten, en V en v de hoeken der Worpen.

$2\angle$TAM, is ook finus van boog CE $= 2\angle$EAC: welke hoek EAC even zoveel boven 45° is als $\angle$TAM onder dezelven.

V. Gevolg. Als de hoek van voortwerping gelijk 15 graaden is, zal de wijdte van den Worp gelijk aan de kragt van dezelve zijn.

Want fin. $2\angle$V $=$ fin. 30° $= \frac{1}{2}$Rad. $= \frac{1}{2}$AE.

Aanmerking. Hierom wordt de fchoot, die onder een hoek van 15 graaden gefchiedt, de proeffchoot genoemd; wijl men dus uit het meeten van de wijdte der fchoot de hoogte bekend krijgt, langs welke het ligchaam vallende dezelfde fnelheid verkrijgt als die het buskruid aan den kogel geeft.

TIENDE HOOFDDEEL.

Over de Botzing.

XIX. BEPAALING.

De Botzing is de onderlinge ontmoeting van twee ligchaamen, in welke zij elkander aanraakende, het een deszelfs kragt van beweeging aan het ander mededeelt.

XX. BEPAALING.

Eene drukkende of doode kragt is dat vermogen welke flechts eene oneindig kleine fnelheid aan een lig-

ligchaam mededeelt. Eene levende Kragt daarentegen die eene bepaalde ſnelheid op 't eerſte oogenblik van derzelver werking doet gebooren worden.

LXVIII. VOORSTEL.

Hoe groot ook de hoeveelheid ſtofs zij, aangezet door eenige drukking, en hoe klein eene andere hoeveelheid ſtofs en haare ſnelheid zij, veroorzaakt door eene levende kragt: zal de uitwerking van deeze laatſte die der eerſte verre overtreffen.

Bewijs. Want de hoeveelheid van beweeging der eerſte is oneindig klein (20 Bep.) en die der laatſte is eene bepaalde grootheid.

Aanmerking. In de natuur zelfs is echter de werking eener levende kragt niet oneindig in vergelijking van die eener drukking. Men vindt dus voorbeelden van zuivere zandgronden, in welken paalen zelfs door middel van de zwaarſte Heiblokken niet verder dan tot het $\frac{1}{3}$ gedeelte haarer diepte hebben kunnen ingeſlagen worden; niet tegenſtaande de overige $\frac{2}{3}$ deelen van dezelfde natuur en even zo weinig weerſtandbiedend waren dan het eerſte (*). Ja zelfs heeft men bevonden dat paalen, die aan de ſterkſte ſchokken weêrſtand hadden geboden, naderhand alleen door drukking waren ingegaan. Aan den anderen kant vernietigt eene voortduurende drukking de grootſte levende kragt, gelijk men dit ontdekt in een ligchaam dat opwaard ge-

(*) Prony Architecture Hydraulique. §. 440.

geworpen wordt; welk door de aanhoudende drukking der zwaarte al deszelfs snelheid verliest.

LXIX. VOORSTEL.

De wederwerking eens ligchaams is altijd gelijk en in de tegengestelde rigting van de werking der kragt.

Bewijs. Dit is een gevolg van de natuurlijke logheid of traagheid der ligchaamen, waardoor zij steeds in denzelfden staat, in welken zij eens zijn, tragten te blijven.

Gevolg. De wederstand eens ligchaams is dus gelijk aan het verlies dat de kragt ondergaat.

Aanmerking. Men moet echter de *Traagheid* der ligchaamen niet als een eigenlijke kragt aanmerken. Zie 74 V.

XXI. BEPAALING.

Veerkragtige ligchaamen zijn die het vermogen hebben om, zodra hunne gedaante door indrukking hunner deelen veranderd is, dezelve terstond te herstellen, zodra de oorzaak van indrukking ophoudt. Veerkragteloozen daarentegen zijn, die dat vermogen niet bezitten.

LXX. VOORSTEL.

De ligchaamen tegen elkander botzende, veranderen van gedaante.

Bewijs. De ondervinding bevestigt dit ten duidelijkste in zagte en veerkragtelooze ligchaamen; doch dat dit

ook plaats heeft in zulken, die men anders gewoon is hard te noemen, ontdekt men als men bij voorbeeld een' ijvooren bal van eenige hoogte vallen laat op een' fteen die met eenige vettigheid befmeerd is, wanneer men gewaar wordt dat de bal niet flechts een ftip maar eenen ronden kring op den fteen nalaaten zal, en wel des te grooter naar maate dezelve van eene grootere hoogte afvalt: ten blijke dat de bal op 't ftip van aanraaking moet ingedrukt geworden zijn en eene platte oppervlakte verkreegen hebben.

I. Gevolg. Door deeze indrukking en de daarop volgende herftelling der deelen door de veerkragt wordt dus in veerkragtige ligchaamen te weeg gebragt dat dezelven na den fchok zich van elkander moeten fcheiden; daar integendeel de veerkragteloozen fteeds bij elkander blijven.

II. Gevolg. Uit de indrukking der ligchaamen bij de botzing volgt ook dat de mededeeling der beweeging *van* de kragt en dus ook de vernietiging der beweeging *in* de kragt niet oogenblikkelijk gefchiedt, maar dat 'er eenig tijdverloop bij dezelve plaats heeft.

III. Gevolg. Uit de indrukking der deelen van de ligchaamen is ook blijkbaar dat 'er geene ligchaamen, die volmaakt hard zijn, in de Natuur beftaan.

XXII. BEPAALING.

De Betrekkelijke fnelheid, met welke twee ligchaamen elkander botzen, is de afftand die de ligchaamen voor hunne beweeging van elkander hebben.

LXXI. VOOR-

LXXI. VOORSTEL.

De Betrekkelijke ſnelheid is gelijk aan 't verſchil der volſtrekte ſnelheden van beide ligchaamen, als zij elkander volgen; doch gelijk aan de ſom dier ſnelheden, zo zij elkander te gemoet komen. Of (*) $B = V \mp v$.

Bewijs. Fig. 30. AB de afſtand zijnde die de ligchaamen A en B voor hunne beweeging van elkander zijn, zal deeze afſtand de betrekkelijke ſnelheid aanduiden. 22 Bep.

I. Indien de ligchaamen elkander navolgen en het een het ander in D achterhaalt, wordt BD door B en AD door A in denzelfden tijd T doorloopen, en dus kan de volſtrekte ſnelheid van B door BD, en die van A door AD uitgedrukt worden. 14 V. 1 Gev. Derhalven is $AB = AD - BD$ of $B = V - v$.

II. Zo de ligchaamen elkander in C te gemoet komen, wordt AC door A en BC door B in denzelfden tijd doorloopen, dus drukken deeze lengtens weder de volſtrekte ſnelheden van A en B uit, en AB is $= AC + BC$ of $B = V + v$.

I. Gevolg. Indien ſlechts één der ligchaamen bewoogen wordt, zal de betrekkelijke ſnelheid van beide gelijk zijn aan de volſtrekte ſnelheid van 't bewoogen ligchaam.

Want

(*) De letter B beduidt de betrekkelijke, en V en v de volſtrekte ſnelheden.

$$\begin{aligned} \text{Want } B &= V \mp v \text{ zijnde} \\ \text{en } v &= o \\ \hline \text{is } B &= V \mp o = V. \end{aligned}$$

II. Gevolg. Als twee ligchaamen met gelijke snelheid bewoogen worden, zal de betrekkelijke snelheid gelijk nul zijn, zo de ligchaamen elkander volgen; doch zo zij elkander te gemoet komen, is de betrekkelijke snelheid gelijk aan tweemaal de volstrekte snelheid van elk ligchaam in 't bijzonder.

$$\begin{aligned} \text{Want } B &= V - v \text{ zijnde} \\ \text{en } v &= V \\ \hline \text{wordt } B &= V - V = o. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{Doch } B &= V + v \text{ zijnde} \\ \text{en } v &= V \\ \hline \text{wordt } B &= 2V = 2v. \end{aligned}$$

XXIII. BEPAALING.

Een regte schok is die, welke geschied in eene rigting die juist door de middenpunten van zwaarte der ligchaamen gaat en regthoekig op 't vlak van aanraaking. Een schuine schok is die, in welke deeze overeenkomst geen plaats heeft.

LXXII. VOORSTEL.

Als van twee veerkragtelooze ligchaamen het een tegen het ander in dezelfde rigting aanbotst, zal, het

zij

zij dit laatſte in rust of in eene traagere beweeging is, de ſom der hoeveelheden van beweeging voor en na den ſchok even groot zijn.

Bewijs. Daar de ligchaamen na den ſchok zich met gelijke ſnelheid beweegen, moet dat ligchaam, welk de grootſte ſnelheid heeft, bij de onderlinge aanraaking van zijne ſnelheid aan het ander mededeelen, en dit laatſte door zijne wederwerking even veel in het eerſte doen verliezen. Derhalven de hoeveelheden ſtofs dezelfde blijvende, en de ſnelheid van het eene ligchaam in 't ander overgaande, moet dus de ſom der hoeveelheden van beweeging zo na als voor den ſchok even groot zijn.

LXXIII. VOORSTEL.

Als twee veerkragtelooze ligchaamen elkander in tegengeſtelde rigtingen botzen, is de ſom hunner hoeveelheden van beweeging na den ſchok gelijk aan 't verſchil der hoeveelheden van beweeging voor denzelven.

Bewijs. Het ligchaam B de minſte hoeveelheid van beweeging en in de tegengeſtelde rigting van A hebbende, moet deeze beweeging door den ſchok van A niet alleen vernietigd worden, maar door de wederwerking van B moet 'er een gelijk gedeelte in A verlooren gaan: derhalven zullen zij na den ſchok met de nog overgebleeve hoeveelheid van beweeging van A, en dus met het verſchil hunner beide hoeveelheden voortgaan.

I. Gevolg. De ſnelheid na den ſchok is gelijk aan de

fom of 't verfchil der hoeveelheden van beweeging voor den fchok, gedeeld door de fom der hoeveelheden ftofs, naar maate de ligchaamen zich in dezelfde of in tegengeftelde rigtingen beweegen. Of (*) $x = \frac{AV \pm Bv}{A + B}$.

II. Gevolg. Zo de ligchaamen in eene omgekeerde reden der fnelheden zijn, zullen dezelven, als zij in tegengeftelde rigtingen bewoogen worden, na de botzing rusten.

Want dan is $A : B = v : V$

dus $AV = Bv$

en $x = \frac{AV - Bv}{A + B} = o$.

III. Gevolg. Als het tweede ligchaam rust, is de gemeene fnelheid na den fchok gelijk aan de hoeveelheid van beweeging van 't eerfte gedeeld door de fom der hoeveelheden ftofs van beide. Of $x = \frac{AV}{A+B}$.

De fnelheid van B hier $= o$ zijnde, is

$$x = \frac{AV \pm Bv}{A + B} = \frac{AV \pm Bo}{A + B} = \frac{AV}{A + B}.$$

Aan-

(*) De letter x beduidt de fnelheid na den fchok, V de fnelheid van A en v de fnelheid van B voor den fchok.

Aanmerking. Dit gevolg kan dienen om eenen behoorlijken zin te geeven aan de uitdrukking van sommigen: dat de Traagheid der ligchaamen eene kragt is evenredig aan de hoeveelheid stofs. Kragt in de uitgebreidste beteekenis is alles wat de traagheid der ligchaamen kan overwinnen; en daar deeze eigenschap een weêrstand tegen de kragt scheen te stellen, heeft men die van een gelijksoortige natuur beschouwd, en dezelve genoemd kragt van traagheid; doch dit zijn denkbeelden met elkander verwarren: het woord *kragt* bij *traagheid* gevoegd, doet niets tot derzelver bepaaling. Men ziet uit deeze uitdrukking $x = \frac{AV}{A+B}$, dat hoe klein het botzend ligchaam ten opzigte van 't gebotste is, zal het altijd zekere snelheid hebben, wel onmerkbaar, maar nogtans wezenlijk. En dit is al wat men van den voorgewenden weêrstand der traagheid zeggen kan, die indedaad geen waare weêrstand is, maar alleen de verspreiding van een vermogen in eene grootere hoeveelheid (*).

LXXIV. VOORSTEL.

De verloore snelheid van 't aanbotzend ligchaam (hoe de rigting ook zij) is gelijk aan de hoeveelheid stofs van 't ander ligchaam vermenigvuldigd met de betrekkelijke snelheid en gedeeld door de som der hoeveelheden stofs van beide. En de verkreege snelheid van 't aangebotste ligchaam is daarentegen gelijk aan

(*) Prony Architecture Hydraulique.

aan de hoeveelheid ſtofs van 't aanbotzend ligchaam ook vermenigvuldigd met de betrekkelijke ſnelheid en gedeeld door de ſom der hoeveelheden ſtofs van beide. Of de verloore ſnelheid van A $= \frac{B\,(V \mp v)}{A+B}$, en de verkreege van B $= \frac{A\,(V \mp v)}{B}$.

Bewijs.

I. Zo de beweeging in dezelfde rigting geſchiedt.

V de ſnelheid van A voor den ſchok.

$\frac{AV+Bv}{A+B}$ de ſnelheid na den ſchok. 73 V. 1 Gev.

dus $V - \left(\frac{AV+Bv}{A+B}\right) = \frac{B\,(V-v)}{A+B}$ de verloore ſnelheid van A.

$\frac{AV+Bv}{A+B}$ de ſnelheid van B na den ſchok. 73 V. 1 Gev.

v de ſnelheid van B voor den ſchok.

dus $\frac{AV+Bv}{A+B} - v = \frac{A\,(V-v)}{A+B}$ de verkreege ſnelheid van B.

II. Zo de beweeging in tegengeſtelde rigting geſchiedt.

V de ſnelheid van A voor den ſchok.

$\frac{AV-Bv}{A+B}$ deszelfs ſnelheid na den ſchok. 73 V. 1 Gev.

dus $V - \left(\frac{AV-Bv}{A+B}\right) = \frac{B\,(V+v)}{A+B}$ de verloore ſnelheid van A.

AV

$\frac{AV-Bv}{A+B}$ de ſnelheid van B na den ſchok. 73 V. 1 Gev.

$-v$ de ſnelheid van A voor den ſchok, afgetrokken.

dus $v + \left(\frac{AV-Bv}{A+B}\right) = \frac{A.(V+v)}{A+B}$ de verkreege ſnelheid van B.

LXXV. VOORSTEL.

Wanneer een veerkragtig ligchaam tegen een ander veerkragtig ligchaam aanbotst, zal het eerſte tweemaal zoveel ſnelheid verliezen, en het laatſte tweemaal zoveel winnen als wanneer de ligchaamen niet veerkragtig waren.

Bewijs. Het aanbotzend ligchaam verliest een gedeelte zijner ſnelheid, hetwelk hetzelve aan 't ander mededeelt, waarop het tweede met dezelfde ſnelheid door deszelfs veerkragt op 't eerſte te rug werkt, en daardoor nog eens zoveel ſnelheid in 't aanbotzend ligchaam doet verliezen; en voor zich zelfs aanwinnen.

I. Gevolg. Dus is, naar maate de botzing in dezelfde of in verſchillende rigting geſchiedt, de ſnelheid van A na den ſchok $= \frac{AV-BV\pm 2Bv}{A+B}$, en die van B $= \frac{2AV\pm Bv\mp Av}{A+B}$.

I. Zo de beweeging in dezelfde rigting geschiedt.

V de snelheid van A voor den schok.

$\frac{2BV-2Bv}{A+B}$ het dubbel verlies van A. 74 V.

dus $V-\left(\frac{2BV-2Bv}{A+B}\right)=\frac{AV-BV+2Bv}{A+B}$ snelheid van A na den schok.

v de snelheid van B voor den schok.

$\frac{2AV-2Av}{A+B}$ de dubbele aanwinst van B. 74 V.

dus $v+\left(\frac{2AV-2Av}{A+B}\right)=\frac{2AV+Bv-Av}{A+B}$ snelheid van B na den schok.

II. Zo de beweeging in tegengestelde rigting geschiedt.

V de snelheid van A voor den schok.

$\frac{2BV+2Bv}{A+B}$ het dubbel verlies van A. 74 V.

dus $V-\left(\frac{2BV+2Bv}{A+B}\right)=\frac{AV-BV-2Bv}{A+B}$ de snelheid van A na den schok.

$\frac{2AV+2Bv}{A+B}$ de dubbele aanwinst van B. 74 V.

$-v$ de snelheid van B voor den schok.

dus $\frac{2AV+2Bv}{A+B}-v=\frac{2AV+Av-Bv}{A+B}$ de snelheid van B na den schok.

II. Gevolg. Zo de ligchaamen gelijke hoeveelheden stofs

ſtofs hebben en zich in dezelfde rigting beweegen, zullen zij na de botzing in dezelfde rigting voortgaan, doch met verwisſeling van de ſnelheden die zij voor den ſchok hadden.

Want A = B zijnde, wordt de ſnelheid

$$\text{van A of } \frac{AV - BV + 2Bv}{A + B} = \frac{2Bv}{2B} = v.$$

$$\text{en van B of } \frac{2AV + Bv - Av}{A + B} = \frac{2AV}{2A} = V.$$

III. Gevolg. Zo de beide ligchaamen gelijke hoeveelheden ſtofs bezitten en het een voor de botzing in rust is, zal het rustend ligchaam dezelfde ſnelheid na de botzing verkrijgen, die het ander voor dezelve had, terwijl dit laatſte rusten zal.

Want als B in rust is, wordt v = o, en A = B zijnde, wordt de ſnelheid van

$$\text{A of } \frac{AV - BV + 2Bv}{A + B} = \frac{AV - BV}{A + B} = o.$$

$$\text{en de ſnelheid van B of } \frac{2AV + Bv \mp Av}{A + B} = \frac{2AV}{2A} = V.$$

IV. Gevolg. Zo de ligchaamen met gelijke hoeveelheden van beweeging tegen elkander komen, zullen de ligchaamen ook na de botzing in tegengeſtelde rigtingen loopen, met ſnelheden die in de omgekeerde reden van hunne hoeveelheden ſtofs zijn.

Want

Want $AV = Bv$ zijnde, wordt de snelheid van

$$A \text{ of } \frac{AV - BV - 2Bv}{A + B} = \frac{-BV - Bv}{A+B} = \frac{-B(V+v)}{A+B},$$

$$\text{en van } B \text{ of } \frac{2AV - Bv + Bv}{A+B} = \frac{AV + Av}{A+B} = \frac{A(V+v)}{A+B}.$$

Derhalven snelheid van A : snelheid van

$$B = \frac{-B(V+v)}{A+B} : \frac{A(V+v)}{A+B}$$

of snelheid van A : snelheid van B = —B : A.

Dus zijn de snelheden in de omgekeerde reden der hoeveelheden stofs, en de reden —B : A toont dat de ligchaamen in tegengestelde rigtingen gaan.

LXXVI. VOORSTEL.

Als eenige ronde, gelijke, veerkragtige ligchaamen naast elkander worden gehangen, zo dat hunne middenpunten in ééne regte lijn zijn, en het eerste tegen het tweede in dezelfde rigting aanbotst, zullen zij allen in rust blijven, behalven het laatste, dat zich met gelijke snelheid van de anderen zal afscheiden.

Bewijs. De Ondervinding bevestigt zulks als men eenige ijvooren ballen naast elkander hangt.

XXIV. BEPAALING.

De hoek van Invalling is de hoek die gemaakt wordt door de schuine rigting, langs welke een ligchaam tegen eene vlakte aanbotst, en de loodlijn, op dit vlak in 't punt van aanraaking opgerigt. De hoek

van

van te Rugkaatzing is de hoek, die gemaakt wordt door dezelfde loodlijn en door de lijn, langs welke het ligchaam door het vlak wordt te rug gekaatst.

LXXVII. VOORSTEL.

Als een veerkragtig ligchaam tegen een ander onbeweeglijk en veerkragtig ligchaam in eene schuine rigting aanbotst, zal hetzelve zo te rug gekaatst worden, dat de hoek van te Rugkaatzing gelijk is aan den hoek van Invalling. Of $\angle CDF = \angle FDE$.

Bewijs. Fig. 31. Als men onderstelt, dat het ligchaam C volgens de rigting CD tegen de vlakte AB aanbotst, en CD zijne volstrekte kragt zij, kan dezelve in twee andere kragten CF en FD ontbonden worden. Volgens de eerste CF zal het ligchaam na den schok in dezelfde rigting blijven voortgaan, en in denzelfden tijd eenen weg $FE = CF$ afleggen: volgens de andere kragt FD wordt het ligchaam tegen AB aangebotst, en dus met gelijke kragt te rug gekaatst: derhalven wordt het ligchaam na de botzing door twee kragten EF en DF bewoogen, en zal dus de Diagonaal DE van 't Parallelogram FG beschrijven, en de $\angle FDE$ zal $= \angle CDF$ zijn.

$$\begin{aligned} \text{Want } CF &= FE \\ DF &= DF \\ \angle CFD &= \angle DFE \\ \hline \text{dus } \angle CDF &= \angle FDE. \end{aligned}$$

Gevolg. Dus is ook de hoek, gemaakt door de rigting van Invalling met het vlak gelijk aan den hoek, die

die door 't vlak met de rigting van te rug kaatzing gemaakt wordt. Of $\angle ADC = \angle EDB$.

LXXVIII. VOORSTEL.

Een ligchaam doorloopt bij de Invalling en te Rugkaatzing den kortsten weg die mogelijk is.

Bewijs. Fig. 32. Zij CDE de weg, dien 't ligchaam bij de botzing volgt, dan zal deeze korter zijn dan eenige andere CFE, zo het ligchaam langs CF gevallen en langs FE te rug gekaatst was; want CD verlengt zijnde tot dat DG = DE wordt en FG getrokken hebbende,

is $\angle GDB = \angle ADC = \angle BDE$. 77 V. Gev.
$DG = DE$

dus $\angle GBD = \angle DBE = \angle$
$BG = BE$
$BF = BF$

dus $FG = EF$,

en $CF + FE = CF + FG > CG$
$CG = CD + DE$

dus $CF + FE > CD + DE$.

Het geen van elk punt op de lijn AB op dezelfde wijs kan beweezen worden.



TWEE-

TWEEDE BOEK.

OVER DE

WATERWEEGKUNDE.

EERSTE HOOFDDEEL,

Over de Vloeistoffen in 't algemeen.

I. BEPAALING.

Eene Vloeistof is eene verzameling van zeer kleine deeltjes, die zo weinig zamenhang hebben, dat zij zich onder elkander gemakkelijk laaten beweegen.

I. VOORSTEL.

Vloeistoffen zijn ook ligchaamen.

Bewijs. Zij deelen in al die algemeene eigenschappen, welken tot het wezen eens ligchaams behooren: zij hebben uitgebreidheid, onindringbaarheid, beweegbaarheid, zijn deelbaar, hebben traagheid, zwaarte en aantrekkingskragt. I. B. 12 V.

II. BEPAALING.

Veerkragtige Vloeistoffen zijn, wier deelen in eene

eene kleinere ruimte zamengedrukt en in eene grootere weder uitgezet kunnen worden. Veerkragteloozen daarentegen, wier deelen zich niet laaten zaamendrukken.

Aanmerking. Het is alleen van deeze laatsten dat wij in 't vervolg spreeken.

II. VOORSTEL.

Het Water is geen veerkragtige Vloeistof.

Bewijs. De Ondervinding heeft geleerd dat het water, in gouden, zilveren, koperen, tinnen of looden bollen beslooten, noch door perssen, noch door hamerslagen tot eene kleinere uitgebreidheid kon gebragt worden; maar dat hetzelve eer door de pooren van 't metaal doordrong.

Aanmerking. Dat echter het water niet volmaakt veerkragtig is, blijkt uit het vermogen welke hetzelve heeft om 't geluid van het geluidgevend ligchaam tot het oor over te brengen, zelfs dan als hetzelve geheel van lugt beroofd is.

III. VOORSTEL.

Het Water bestaat uit harde deelen.

Bewijs. De gemelde onindringbaarheid levert hiervan reeds een bewijs op. Daarenboven blijkt hetzelve ook hieruit, dat water dikwerf in een vast ligchaam, te weeten, in ijs veranderd wordt. Eindelijk bevestigen dit ook de zogenaamde waterhamers, zijnde glazen pijpen, die van lugt beroofd en voor een gedeelte met

met water gevuld zijn: in welken het water geſchud wordende een geluid maakt als of 't door eene harde ſteen te weeg gebragt was.

IV. VOORSTEL.

Het Gewigt eener Vloeiſtof is evenredig aan derzelver hoeveelheid ſtofs.

Bewijs. De vloeiſtoffen, gelijk andere ligchaamen zwaarte hebbende, heeft elk deeltje van dezelven eene neiging of weging naar 't middenpunt der Aarde; daar nu het Gewigt de ſom van alle die wegende ſtofdeeltjes is (I. B. 10 V. 1 Gev.) moet hetzelve des te grooter zijn, naar maate het getal der ſtofdeeltjes meerder is: derhalven is 't Gewigt evenredig aan de hoeveelheid der Vloeiſtof.

Gevolg. Dus behoudt elk deeltje der Vloeiſtof zijn Gewigt in dezelve.

Dit wordt ook door de Ondervinding bevestigd, als men een vlesje eerst ledig, vervolgens met water gevuld, in 't water weegt, wanneer het gewigt van 't vlesje even zoveel zal vermeerderd worden als het water, dat in hetzelve bevat is, alleen wegen zou.

V. VOORSTEL.

In een Vloeiſtof drukken de bovenſte deelen die, welken onder hun zijn; de daaropvolgenden ontvangen weder de drukking van die beide: en zo worden de onderſte deelen door al de bovenſtaanden gedrukt.

Bewijs. Dit is een gevolg van de weinige zamenhang der deeltjes van de vloeiſtoffen (I. B. 2 Bep.) wijl daar-

 door

door elk deeltje op het aanleggende zijne werkzaamheid uitoeffent, en dus het onderste de drukking van al de bovenstaanden moet ondervinden.

Gevolg. Dus zullen die deelen, welken op gelijke afstanden beneden de oppervlakte van 't water liggen, gelijk drukken en gedrukt worden.

VI. VOORSTEL.

Eene Vloeistof, die in rust is, drukt gelijk naar alle zijden, en wordt op dezelfde wijs ook gelijk gedrukt.

Bewijs. Als men onderstellen wilde dat de drukking eener Vloeistof aan de eene zijde grooter ware dan aan de andere, zouden derzelver deelen zeker moeten bewoogen worden naar die plaats, waar de minste drukking plaats had (1 Bep.) doch dit zou strijdig zijn tegen de onderstelling: dat de Vloeistof in rust is. Derhalven moeten alle deelen gelijk drukken, en gedrukt worden, zo de Vloeistof in rust zijn zal.

Deeze drukking in allerlei rigtingen wordt ook door de ondervinding bevestigd.

I. De zijdwaardspersing wordt men gewaar in de Hydrostatische doos, ter zijde aan een waterbak ingeschroeft, welker beweegbaare bodem, hoewel door gewigten ingedrukt, echter door de drukking van 't water weder zijdwaards uitgeperst wordt. Een vles ter zijde doorboord en met water gevuld zijnde, zal hetzelve door de opening met geweld uitspringen.

II. De opwaardspersing bewijst men door den Hydrostatischen blaasbalg, wiens bovenvlak, hoewel met veel ge-

gewigt beladen zijnde, echter opwaards geperst wordt. Eene beweegbaare Cylinder, dié buiten desselfs doos hangt, wordt onder water inwaards gedrukt. Een plaatje van eenig metaal wordt onder water tegen een glazen buis aangedrukt zonder te vallen.

III. De persſingen in verſchillende rigtingen ontdekt men te gelijk in eenige glazen pijpen die verſchillend gebogen zijn, en wier kleinſte omgeboogen arm men in een vat met water ſteekt, wanneer het water in allen even hoog opklimmen zal; niet tegenſtaande hetzelve door Colommen van verſchillende rigtingen opwaards gedrukt is. Als men een blaas, aan een glazen pijp gebonden, met een gekouleurd vogt vult, zal de blaas onder water van alle zijden zo gedrukt worden, dat het vogt in de pijp zal opklimmen.

Gevolg. Indien een Vloeiſtof in een vat beſlooten is, en door eene uitwendige kragt in eenig punt gedrukt wordt, zal deeze drukking zich door al de overige deelen verſpreiden, volgens rigtingen die regthoekig op elk punt zijn.

Dit wordt ook bevestigd als men een ei in een blaas met water ſluit, en hetzelve door een zwaar gewigt van boven drukt; wanneer het ei de drukking zonder te breeken, weêrſtaan zal.

Aanmerking. Men ontdekt uit dit Voorſtel het groot onderſcheid tusſchen vaste ligchaamen en Vloeiſtoffen. De eerſten door eenige kragt van eene zijde gedrukt zijnde, wordt 'er ſlegts eene gelijke kragt in de tegengeſtelde rigting vereischt om het evenwigt te behouden; doch in dé Vloeiſtoffen moet elk deeltje met ge-

lijke kragt in al de punten van deszelfs oppervlakte worden gedrukt, zo het evenwigt plaats zal hebben. Hierdoor oeffent elk deeltje zijne werking op allen die hetzelve omringen; hetwelk in de vaste ligchaamen geen plaats heeft.

VII. VOORSTEL.

Eene Vloeiſtof zal in pijpen, die met elkander gemeenſchap hebben, tot dezelfde hoogte opklimmen, om in evenwigt te zijn.

Bewijs. Fig. 32. Indien de Vloeiſtof in de pijp CD hooger dan in AB ſtond, zouden de onderſte deelen der Colom CD meer dan die van AB gedrukt worden (5 V.) en dus zou de zijdwaards drukking van CD op de Vloeiſtof in de pijp BC, volgens de rigting van C naar B, grooter zijn dan die van AB op dezelfde vloeiſtof in de tegengeſtelde rigting van B naar C; dus zou het evenwigt tusſchen beide de Colommen verbrooken zijn, hetwelk tegen de onderſtelling ſtrijdig is.

Gevolg. Dus maakt het water, in evenwigt zijnde, eene Horizontaale of waterpasſe vlakte.

Aanmerking. Dit echter is alleen waar omtrent vlaktens van kleine uitgeſtrektheid; wijl de Watercolommen allen neigen naar 't middenpunt der aarde, die, als zij in evenwigt met elkander zullen zijn, en dus gelijke hoogte zullen hebben, eene bolle oppervlakte te zamen zullen uitmaaken. Wanneer daarentegen de vlakte klein is, worden deeze Watercolommen evenwijdig aan elkander, om dat de vlakte in vergelijking van den afſtand van 't middenpunt der Aarde oneindig klein

klein is. De ondervinding bevestigt zulks ook als men de ſcheepen van verre in zee waarneemt, van welken men eerst de toppen der masten, en daarna den romp ontwaart; wijl de bolheid der oppervlakte van 't water het onderſte van 't ſchip aan ons oog onttrekt.

TWEEDE HOOFDDEEL.

Over de drukking der Vloeiſtoffen tegen bodems en wanden van Vaten.

VIII. VOORSTEL.

De loodregte drukking eener Vloeiſtof tegen den bodem van een vat met regthoekige wanden is gelijk aan de zoortelijke zwaarte der Vloeiſtof vermenigvuldigd met den bodem van 't vat en met de hoogte, die de Vloeiſtof boven den bodem heeft. Of (*) $D = Z \times B \times H$.

Bewijs. Fig. 33. Als men onderſtelt dat ab een klein gedeelte des bodems van 't vat AF zij, wordt hetzelve gedrukt door de zwaarte van al de waterdeelen, die in de Colom bc bevat worden: derhalven is de ganſche drukking tegen ab gelijk aan $z \times ab \times bc$ (5 V.),

---

(*) De letter D duidt de drukking, Z de zoortelijke zwaarte der vloeiſtof, B den bodem en H de hoogte der vloeiſtof aan.

(5 V.). Dewijl nu elk der overige deelen des bodems ABCD met gelijke kragt gedrukt wordt, om dat gelijke Colommen waters als bc op dezelven rusten, moet dus de ganfche drukking des bodems gelijk zijn aan Z×ABCD×bc=Z×B×H.

IX. VOORSTEL.

Als vaten gelijke bodems hebben, en tot gelijke hoogte door eene Vloeiftof gevuld zijn, zullen hunne bodems gelijke drukking ondergaan, welke gedaante ook de vaten zelfs hebben mogen.

Bewijs. Fig. 34. Deeze drie vaten gelijke bodems BC, FG en IK hebbende, en tot gelijke hoogte Ag gevuld zijnde, zullen de drukkingen op de bodems gelijk zijn. Want de bodems BC en FG worden door gelijke Colommen ABCD en aFGb gedrukt, terwijl de overige vloeiftof in de ruimtens EFa en bGH bevat, door de wanden EF en GH onderfteund worden, die door hunne wederwerking de drukking vernietigen. In 't derde vat drukt de Colom labg het gedeelte des bodems ab met eene kragt die aan de hoogte der Colom labg evenredig is. De aanleggende Colom ebcd, flegts de hoogte van cd hebbende, wordt door de Colom abgl opwaards gedrukt tegen het vlak OP met eene kragt die evenredig is aan 't verfchil der hoogtens eg (7 V.); doch de wand OP drukt weder met dezelfde kragt te rug tegen het gedeelte bc des bodems: derhalven wordt bc gedrukt door eene kragt die evenredig is aan de Colom edfg en door de Watercolom bcde zelfs, die dus zamen de Colom gbcf uitmaaken. Op dezelfde wijs kan men ook betoogen dat de overige deelen des bodems

door

door gelijke Colommen gedrukt worden: waaruit volgt dat de gansche drukking op den bodem IK gelijk aan 't gewigt eener Colom waters is, die tot grondvlak IK en tot hoogte Ki heeft: derhalven is de drukking op den bodem van dit vat gelijk aan de drukking op den bodem van de twee andere vaten.

Hetzelve wordt ook door Ondervinding bevestigd als men de drukking onderzoekt door middel van de Hijdrostatische doos, op welke drie buizen van gelijke hoogte, maar verschillende wijdte geplaatst worden.

I. Gevolg. De Vloeistoffen drukken dus op gelijke bodems niet in evenredigheid van derzelver hoeveelheid maar van derzelver hoogte.

II. Gevolg. Het blijkt dat in 't algemeen de drukking eener vloeistof op den bodem van een vat evenredig is aan de zoortelijke zwaarte der Vloeistof met den bodem van 't vat en de hoogte der Vloeistof boven denzelven vermenigvuldigd.

III. Gevolg. De drukking der Vloeistof op den bodem van een vat kan dus meer of minder zijn dan het gewigt van dezelve, naar maate de vaten van verschillende gedaante zijn.

Want de bodem BC met de hoogte AB van 't eerste vat vermenigvuldigd, geeft den inhoud der vloeistof, en dus zal Z×BC×AB, die de drukking op den bodem was, ook het gewigt der vloeistof zijn. Dewijl nu het tweede vat eene grootere hoeveelheid en het derde eene mindere hoeveelheid van Vloeistof bevat dan het eerste, en daarentegen de drukkingen op de

bodems in allen gelijk zijn: is het gewigt der vloeiſtof in het tweede vat grooter dan de drukking, en in het derde kleiner.

IV. Gevolg. Men moet dus drukking en gewigt wel onderſcheiden.

X. VOORSTEL.

De drukking op den bodem van een hellend vat is gelijk aan de zoortelijke zwaarte der Vloeiſtof met den bodem en de loodregte hoogte vermenigvuldigd. Of $D = Z \times B \times AC$.

Bewijs. Fig. 35. Indien de Cijlinder AB loodregt ſtond, zou de ganſche drukking gelijk zijn aan 't gewigt van een Colom waters, welker bodem B en welker hoogte AB was, dat is $= Z \times B \times AB$ (8 V.). Dit gewigt nu wordt door den wand AB als door een hellend vlak onderſteund, en daardoor een gedeelte van deszelfs werking verrietigd, zo dat het water ſlegts door eene betrekkelijke drukking in evenredigheid van de hoogte tot de lengte van 't hellend vlak op den bodem werkzaam is. Zij D de volſtrekte en d de betrekkelijke drukking, dan is

$$d = \frac{D \times AC}{AB}. \text{ I. B. 40 V.}$$

$$\text{en } D = Z \times B \times AB$$

$$\text{dus } d = Z \times B \times AB \times \frac{AC}{AB} = Z \times B \times AC.$$

XI. VOOR-

XI. VOORSTEL.

De drukking op den ſchuinen bodem van een vat is gelijk aan de zoortelijke zwaarte der Vloeiſtof met den bodem en de gemiddelde hoogte des waters vermenigvuldigd.

Bewijs. Fig. 36. De drukking van 't punt B is evenredig aan $B \times AB$, van F aan $F \times EF$, van H aan $H \times GH$ enz. (5 V.) derhalven den bodem BC aanmerkende als zamengeſteld uit gelijke deelen, maaken deeze drukkingen $B \times AB$, $F \times EF$, $H \times GH$ enz. eene rekenkundige reeks uit, van welke $B \times AB$ de eerſte, en $C \times CD$ de laatſte term is. Het getal van al de termen nu g zijnde, is de ſom der reeks of de ganſche drukking des bodems $= \frac{B \times AB + C \times CD}{2} \times g = gB \times \frac{AB + CD}{2} = BC \times \frac{AB + CD}{2} = BC \times IK$: dus $D = Z \times BC \times IK$.

I. Gevolg. De drukking op den ſchuinen wand van een vat is derhalven gelijk aan de zoortelijke zwaarte der Vloeiſtof met den wand en de halve hoogte van 't water vermenigvuldigd.

Want AC de wand zijnde, op welken hetzelve ter hoogte CD ſtaat, wordt $Z \times BC \times \frac{AB + CD}{2}$ thans veranderd in $Z \times AC \times \frac{1}{2}CD$, wijl $AB = 0$ wordt.

II. Gevolg. Zo de bodem eene holle of bolle gedaante heeft, zal de drukking dus ook gelijk zijn aan de

zoortelijke zwaarte der vloeiſtof met den bodem en de gemiddelde hoogte des waters vermenigvuldigd.

XII. VOORSTEL.

De zijdwaards drukking tegen eene loodregte lijn is gelijk aan de zoortelijke zwaarte der vloeiſtof met het halve vierkant der geheele lijn vermenigvuldigd. Of $D = Z \times \frac{1}{2}AB^2$.

Bewijs. Fig. 6. Men trekt op AB, tegen welke de zijdwaardsdrukking plaats heeft, een loodlijn BC op B, zo dat $BC = AB$ is, dan zal deeze lijn BC evenredig zijn aan de zijdwaards drukking van 't water tegen B, wijl de drukking op dit punt naar beneden zo groot is als die zijdwaards op hetzelve geſchiedt (6 V.). Vervolgens de lijn AB in eenige gelijke deelen verdeeld en op de punten O, N en M loodlijnen getrokken hebbende, zal Ob de drukking tegen het punt O, Nd die tegen N enz. te kennen geeven; wijl om de gelijkformigheid der $\triangle AOb$, ANd, AMf met den grooten $\triangle ABC$ de lijn $Ob = AO$, $Nd = AN$ en $Mf = AM$ is. Zo men nu onderſtelt dat al de punten van elk deel in 't bijzonder gelijk gedrukt worden door die drukking, welke zij elk op 't laatſte punt hebben, zo als AO door Ob, ON door Nd, NM door Mf enz. dan zal de ganſche drukking tegen $AO = AO \times Od = \square AD$ zijn (7 V.) tegen $ON = \square NE$, tegen $NM = \square MF$ enz. Doch zo al de punten van elk deel in 't bijzonder gelijk gedrukt worden door die drukking, welke zij elk op 't eerſte punt hebben, zo als ON door Ob, NM door Nd, BM door Bf, zal de ganſche drukking tegen $AO = o$, tegen $ON = \square Nb$, tegen $NM = \square Md$

□Md enz. zijn: derhalven zal in 't eerste geval de gansche drukking tegen AB aan de uitwendige figuur ADbEdFfGCB, en in het tweede aan de inwendige figuur ObcdefgBO evenredig zijn. Daar nu de driehoek ABC de limiet is van deeze beide figuuren, wordt de laatste reden eene reden van gelijkheid, en de gansche drukking tegen de lijn AB is evenredig aan den $\triangle ABC = \frac{1}{2} AB^2$.

I. Gevolg. Dus groeien de zijdwaards drukkingen aan in de vierkants reden der dieptens.

Want $AO = ON = NM$ zijnde, is

drukk. tegen AO : drukk. tegen AN $= \triangle AOb : \triangle ANd$

$\triangle AOb : \triangle ANd = 1 : 4$

---

dus drukk. tegen AO : drukk. tegen AN $= 1 : 4$

drukk. tegen AO : drukk. tegen AM $= \triangle AOb : \triangle AMf$

$\triangle AOb : \triangle AMf = 1 : 9$

---

dus drukk. tegen AO : drukk. tegen AM $= 1 : 9$

derhalven de drukkingen tegen AO, AN, AM $= 1 : 4 : 9$.

II. Gevolg. De zijdwaards drukkingen tegen elk volgend deel in 't bijzonder groeien aan als de oneevene getallen 1, 3, 5, 7 enz.

XIII. VOORSTEL.

De zijdwaards drukking tegen een vlak is evenredig aan de soortelijke zwaarte der Vloeistof vermenigvuldigd met het halve vierkant der hoogte en met de breedte van het vlak. Of $D = Z \times \frac{1}{2} AB^2 \times BC$.

Be-

Bewijs. Fig. 37. Dewijl de zijdwaards drukking tegen de loodlijn $AB = Z \times \frac{1}{2} AB^2$ is, en men op elk punt van de breedte BC zulk een loodlijn onderstellen kan, is ook de drukking tegen elke loodlijn $= Z \times \frac{1}{2} AB^2$, derhalven tegen het gansche vlak $= Z \times \frac{1}{2} AB^2 \times BC$.

Aanmerking. Men moet voorzigtig zijn aan deeze uitdrukking $D = Z \times \frac{1}{2} AB^2 \times BC$, gelijk ook aan alle anderen van dit zoort, geen oneigen denkbeeld te hegten. Het wil eigenlijk te kennen geeven dat de drukking tegen een vlak gelijk zal zijn aan 't gewigt van een Colom vloeistofs, welkers inhoud gevonden wordt als men $\frac{1}{2} AB^2$ met BC vermenigvuldigd.

I. Gevolg. Uit het Voorstel blijkt dat ook de zijdwaards drukking op hetzelfde vlak niet afhangt van de hoeveelheid der Vloeistof maar alleen van derzelver hoogte.

Dit leert ook de Ondervinding door middel van drie bakjes van gelijke hoogte, doch verschillende wijdte, en hebbende éénen losſen zijwand, die door middel van gewigten tegen de anderen geslooten wordt. Deeze bakjes met water gevuld zijnde, bevindt men dat men hetzelfde gewigt nodig heeft om den losſen wand tegens de persſing in evenwigt te houden; niet tegenstaande het een veel grooter hoeveelheid vloeistofs bevat dan het ander.

II. Gevolg. Op vlakken van gelijke grootte is de zijdwaards drukking de helft van die, welke loodregt naar beneden geschiedt.

XIV. VOOR-

XIV. VOORSTEL.

De drukking die 't water tegen de wanden van twee verschillende Cijlinders oeffent zijn tot elkander in de zamengestelde reden van de vierkanten der hoogte en der middenlijnen. Of (*) $D : d = AB^2 \times BC : DE^2 \times EF$.

Bewijs. Fig. 38. $D = Z \times \frac{1}{2} AB^2 \times$ omt. BC
$d = Z \times \frac{1}{2} DE^2 \times$ omt. EF

dus $D : d = Z \times \frac{1}{2} AB^2 \times$ omt. $BC : Z \times \frac{1}{2} DE^2 \times$ omt. EF
$\frac{1}{2} Z$

of $D : d = AB^2 \times$ omt. $BC : DE^2 \times$ omt. EF
omt. BC : omt. $EF = BC : EF$

dus $D : d = AB^2 \times BC : DE^2 \times EF$.

I. Gevolg. De hoogtens der Cijlinders gelijk zijnde, staan de drukkingen tegen de wanden tot elkander als de middenlijnen. Of $D : d = BC : EF$.

II. Gevolg. De Middenlijnen der Cijlinders gelijk zijnde, staan de drukkingen tot elkander als de vierkanten der hoogtens. Of $D : d = AB^2 : DE^2$.

III. BEPAALING.

Het middenpunt van drukking is een punt, boven en onder 't welk de zijdwaards drukkingen eener Vloeistof in evenwigt zijn.

XV. VOOR-

(*) Zij D de drukking van 't water tegen den wand der Cijlinder P, en d die tegen den wand der Cijlinder Q.

XV. VOORSTEL.

Het middenpunt van drukking voor eene regte lijn of platte vlakte is gelegen op het $\frac{2}{3}$ gedeelte der hoogte van de oppervlakte des waters afgerekend. Of AD = $\frac{2}{3}$AB.

Bewijs. Fig. 39. Zo D het middenpunt van drukking onderſtelt wordt, en AB=BC zij, zullen de loodlijnen EF, GH, IK enz. de drukkingen op elk punt aanduiden, en derhalven kunnen aangemerkt worden als gewigten, die aan de lijn AB geplaatst zijn, van welke D het middenpunt van werking zijn zal. Derhalven is

$$AD = \frac{EF \times AE + GH \times AG + IK \times AI + BC \times AB}{EF + GH + IK + BC}. \quad 38\ V.$$

Nu is AE=EF, AG=GH, AI=IK, AB=BC. Ond. dus $AD = \frac{AE^2 + AG^2 + AI^2 + AB^2}{AE + AG + AI + AB}$.

Vermits men nu de deelen AE, EG, GI enz. allen gelijk en oneindig klein moet aanmerken, maaken dezelven eene reeks der natuurlijke getallen uit, van welken de eerſte term o en AB zelfs de laatſte term is; terwijl AE^2, AG^2, AI^2 enz. eene reeks van de vierkanten der natuurlijke getallen zijn: derhalven is

$$AD = \frac{AE^2 + AG^2 + AI^2 + AB^2}{AE + AG + AI + AB} = \frac{AB^2 \times \frac{1}{3}AB}{AB \times \frac{1}{2}AB} = \frac{2}{3}AB.$$

Gevolg. Zo derhalven eene kragt, die aan de zijdwaards drukking der vloeiſtof tegen een vlak gelijk is, in de tegengeſtelde rigting der drukking op de

de $\frac{2}{3}$ der hoogte van 't vlak werkzaam was, zou het vlak in rust blijven: zo zij hooger geplaatst was, zou het onderfte gedeelte; en indien laager, zou het bovenfte gedeelte weggeperst worden.

Hetwelk ook door de gemelde bakjes bevestigd wordt.

DERDE HOOFDDEEL.

Over de ligchaamen die geheel in vloeiſtoffen gedompeld zijn.

LVI. VOORSTEL.

Een ligchaam in een vloeiſtof gedompeld zijnde, wordt van rondom gedrukt in evenredigheid van de diepte tot welke hetzelve ingedompeld is.

Bewijs. Daar de waterdeelen elkander van alle zijden drukken in evenredigheid van de diepte, moeten zij deeze drukking ook uitoeffenen op de ligchaamen, welken zij van rondom omringen.

De Ondervinding heeft zulks ook bevestigd door ledige vlesſen, die wel toegekurkt waren, tot zekere diepte neder te laaten, in welken bevonden werdt dat de kurk in 't binnenſte der vles ingedrukt, en de vles zelfs vol water was.

XVII. VOORSTEL.

Een ligchaam in een vloeiſtof gedompeld zijnde, ſchijnt een gedeelte van deszelfs gewigt te verliezen.

Be-

Bewijs. Fig. 40. Het ligchaam EFGH in de vloeiſtof gedompeld zijnde, wordt 'er door de zijdwaards drukking geene verandering te weeg gebragt, wijl EF en FG op gelijke diepte zijnde, ook gelijke drukkingen ondergaan, die elkander vernietigen; doch het ondervlak EF dieper in de vloeiſtof liggende dan het bovenvlak, wordt dus het eerſte met grooter kragt naar boven gedrukt dan het laatſte naar beneden: derhalven ſchijnt het ligchaam van deszelfs gewigt verlooren te hebben.

Gevolg. Wanneer men dus een ligchaam in de lugt weegt, vindt men nimmer het waare gewigt, maar altijd minder.

XVIII. VOORSTEL.

Het verlies van 't gewigt, dat het ligchaam ſchijnt te ondergaan, is gelijk aan 't gewigt der *vloeiſtof*, dat in de uitgebreidheid des ligchaams kan bevat worden.

Bewijs. Fig. 40. Het ondervlak van 't ligchaam EF wordt opwaards gedrukt met eene kragt die gelijk is aan 't gewigt der Colom KEFI; het bovenvlak HG daarentegen wordt door 't gewigt der Colom KHGI alleen nederwaards gedrukt: derhalven is de meerdere persſing tegen het ondervlak gelijk aan het verſchil van de gewigten deezer beide Colommen, dat is, aan het gewigt van de vloeiſtof dat in de uitgebreidheid EFGH bevat is: wijl nu het ligchaam met gelijke kragt te rug drukt, wordt 'er even zoveel kragt in 't ligchaam vernietigd: derhalven is 't verlies van 't gewigt des ligchaams gelijk aan 't gewigt der vloeiſtof,

dat

dat in de uitgebreidheid des ligchaams kan bevat worden.

I. Gevolg. Het verlies van 't gewigt eens ligchaams dus gelijk zijnde aan 't gewigt van eene gelijke uitgebreidheid vloeistofs, kan men daar door het gewigt van eene bepaalde uitgebreidheid vloeistofs zeer gemakkelijk en zeer naauwkeurig vinden.

Men neemt daartoe een Cubus van één of twee duim, en weegt dezelve eerst in de lugt en daarna in de vloeistof, wanneer het verschil deezer gewigten aan 't gewigt van één of twee duim vloeistofs gelijk zal zijn. Op deeze wijze heeft de Heer Lulofs bevonden dat een Rhijnlandsche Cubicqvoet zuiver regenwater weegt 62 pond, 9 onc. 5 drachm. en 36 grein. trois gewigt.

II. Gevolg. Het gewigt der vloeistof, in welke het ligchaam gedompeld is, moet even zoveel schijnen te vermeerderen, als 't gewigt van 't ligchaam verminderd is.

Want als het ligchaam opwaard gedrukt wordt door een kragt die gelijk is aan 't gewigt der vloeistof, welke in de uitgebreidheid van 't ligchaam bevat is, drukt dit ligchaam met dezelfde kragt op den bodem van 't vat te rug, en schijnt daar door het gewigt der vloeistof even zoveel te doen vermeerderen.

XIX. VOORSTEL.

De verliezen, welken verschillende ligchaamen in verschillende vloeistoffen omtrent hun gewigt ondergaan, zijn tot elkander als de uitgebreidheden der

ligchaamen en de foortelijke zwaarte der vloeiftoffen (*).

Bewijs. Want daar het verlies gelijk is aan 't gewigt der vloeiftof, die in de uitgebreidheid van 't ligchaam kan bevat worden (18 V.) en het gewigt van deeze hoeveelheid vloeiftofs weder evenredig is aan derzelver uitgebreidheid en zoortelijke zwaarte (I. B. 10 V. 3 Gev.) moet ook het verlies van 't gewigt eens ligchaams aan deszelfs uitgebreidheid en foortelijke zwaarte evenredig zijn.

Derhalven (†) $V = S \times U$ van 't eerfte ligchaam.
$v = s \times u$ van 't andere.

dus $V : v = S \times U : s \times u.$

I. Gevolg. De verliezen van 't gewigt van verfchillende ligchaamen in dezelfde vloeiftof zijn evenredig aan derzelver uitgebreidheden. Of $V : v = U : u$.

II. Gevolg. Dit is derhalven de grond op welken de wijze fteunt om de digtheid of foortelijke zwaarte van vaste ligchaamen te vinden.

Want $S : s = \frac{G}{U} : \frac{g}{u}$. I. B. 10 V. 2 Gev.
en $U : u = V : v$

dus $S : s = \frac{G}{V} : \frac{g}{v}$.

Der-

(*) Wij noemen hier *zoortelijke zwaarte* het geen we in 't I. B. 10 V, *Digtheid* genoemd hebben.

(†) De letters V en v duiden aan de verliezen der gewigten; U

Derhalven moet men het gewigt van 't ligchaam zoeken door hetzelve in de lugt, en 't verlies van 't gewigt, door hetzelve in eene vloeiſtof te weegen: welken door elkander gedeeld zijnde de betrekking hunner zoortelijke zwaartens geeven zullen.

III. Gevolg. De verliezen van 't gewigt van hetzelfde ligchaam in verſchillende vloeiſtoffen zijn tot elkander als de ſoortelijke zwaartens der vloeiſtoffen. Of V : v = S : s.

IV. Gevolg. Hierop ſteunt de wijze om de ſoortelijke zwaarte van vloeiſtoffen te vinden.

Men neemt hiertoe liefst een ligchaam van glas, en onderzoekt hoe groot de verliezen van deszelfs gewigt in verſchillende vloeiſtoffen zijn; welke verliezen de betrekking van de ſoortelijke zwaartens der vloeiſtoffen opgeeven.

V. Gevolg. Hoe verſchillend derhalven de ligchaamen in gewigt zijn mogen, zullen echter hunne verliezen in dezelfde vloeiſtof gelijk zijn, als zij gelijke uitgebreidheden hebben. En omgekeerd, indien ligchaamen in dezelfde vloeiſtof gelijke verliezen van gewigt ondergaan, zijn hunne uitgebreidheden gelijk.

IV. BE-

U en u de uitgebreidheden der ligchaamen, en S en s de ſoortelijke zwaartens der vloeiſtoffen.

IV. BEPAALING.

Een ligchaam wordt gezegd zoortelijk zwaarder dan een ander te zijn, als 't meer hoeveelheid ſtofs bevat, of deszelfs gewigt onder gelijke uitgebreidheid grooter is. Een ligchaam daarentegen is zoortelijk ligter dan een ander als 't minder hoeveelheid ſtofs bevat, of deszelfs gewigt onder gelijke uitgebreidheid minder is.

XX. VOORSTEL.

Een ligchaam dat zoortelijk zwaarder is dan een vloeiſtof, daalt in dezelve neder met eene kragt, die gelijk is aan 't verſchil hunner zoortelijke zwaartens.

Bewijs. Fig 40. Indien de Colom EFIK geheel water was, zouden de waterdeelen in EF zo ſterk opwaard geperst worden als naar beneden; doch nu is de Colom EFIK zoveel zwaarder als 't verſchil is tusſchen het gewigt van 't ligchaam en van eene gelijke uitgebreidheid vloeiſtofs, dat is, als 't verſchil tusſchen hunne digtheden of zoortelijke zwaartens (I. B. 4 V. 1 Gev.) derhalven de opwaard persſing even zoveel minder zijnde, moet het ligchaam daalen met een kragt die aan 't verſchil deezer zoortelijke zwaartens gelijk is.

XXI. VOORSTEL.

Een ligchaam, dat zoortelijk ligter is dan eene vloeiſtof, zal in dezelve opklimmen met een kragt, die ook gelijk is aan 't verſchil der zoortelijke zwaartens.

Be-

Bewijs. Fig. 40. Het ondervlak EF wordt weder opwaard gedrukt met een kragt, die gelijk is aan 't gewigt van de Colom vloeiſtofs EFIK; doch het ligchaam nu zoortelijk ligter zijnde, is de Colom EFiK zoveel ligter als het verſchil is tusſchen de zoortelijke zwaartens van het ligchaam en de vloeiſtof: derhalven is ook de drukking naar beneden ook zoveel minder, en het ligchaam moet dus oprijzen met een kragt, die gelijk is aan 't verſchil der zoortelijke zwaartens.

Aanmerking. Hierop ſteunt het gebruik der Kameelen om zwaare ſchepen op te ligten.

XXII. VOORSTEL.

De kragt met welke een ligchaam in eene vloeiſtof klimt of daalt is gelijk aan deszelfs uitgebreidheid vermenigvuldigd met het verſchil van hunne zoortelijke zwaartens.

Bewijs. Het gewigt eens ligchaams is gelijk aan de uitgebreidheid vermenigvuldigd met deszelfs digtheid of zoortelijke zwaarte. I. B. 10 V. 3 Gev.

Dus (*) $G = S \times U$ het gewigt van 't ligchaam dat daalt.
en $g = s \times U$ het gewigt der vloeiſtof.

derhalven $G - g = S \times U - s \times U = (S - s)\, U$, de kragt met welke het ligchaam daalt.

$g = s$

(*) De letter G duidt aan het gewigt en S de zoortelijke zwaarte van 't ligchaam, g het gewigt en s de zoortelijke zwaarte der vloeiſtof, en U de uitgebreidheid van beide.

$g = s \times U$ het gewigt der vloeiſtof.
$G = S \times U$ het gewigt van 't ligchaam dat klimt.

dus $g - G = s \times U - S \times U = (s - S)\, U$, de kragt met welke het ligchaam klimt.

Gevolg. Dus is de kragt om 't ligchaam in de vloeiſtof te houden tot het gewigt van 't ligchaam als het verſchil hunner zoortelijke zwaartens tot de zoortelijke zwaarte des ligchaams.

De kragt K die nodig is om een ligchaam in eene vloeiſtof te houden, moet gelijk zijn aan de kragt waar mede het ligchaam klimt of daalt.

Derhalven $K : G = (S - s)\, U : S \times U = S - s : S$.

XXIII. VOORSTEL.

Een ligchaam wiens zoortelijke zwaarte gelijk is aan die van de vloeiſtof, zal overal in de vloeiſtof rusten.

Bewijs. Fig. 40. Het ligchaam EFGH nu even zwaar weegende als eene gelijke hoeveelheid vloeiſtofs, is het gewigt der Colom EFIK zo groot als of dezelve geheel uit vloeiſtof beſtond: dus is de drukking naar beneden nu zo groot als de opwaard drukking tegen EF: derhalven moet het ligchaam in rust blijven.

XXIV. VOORSTEL.

Een ligchaam dat zoortelijk zwaarder dan eene vloeiſtof is, kan drijven, en dat zoortelijk ligter is, kan op den bodem van 't vat blijven, zo men de nederwaard drukking der vloeiſtof op het eerſte, en de opwaard drukking der vloeiſtof op het laatſte belet.

Be-

Bewijs. Fig. 40. Indien het ligchaam zoortelijk zwaarder is, en de drukking, die de Colom HGIK op hetzelve doet, wordt weggenomen, zal het ligchaam slegts gelijk of minder drukken dan de Colom vloeistofs EFIK opwaard doen zou, overeenkomstig de diepte tot welke hetzelve is ingezonken.

Doch zo het ligchaam zoortelijk ligter dan de vloeistof was, en de opwaard drukking der vloeistof tegen hetzelve belet wordt, moet het ligchaam door de drukking der opstaande Colom op den bodem van 't vat gehouden worden.

Het eerste wordt door de ondervinding bevestigd, als men de reeds gemelde glazen buis met het metaale plaatje (6 V.) in 't water steekt, wanneer men gewaar wordt dat dezelve op het water drijft. Daarentegen als men een stuk van hard en glad hout of kurk tegen een gladden bodem van een vat houdt, terwijl hetzelve met water gevuld wordt, zal het ligchaam losgelaaten zijnde, van den bodem niet oprijzen, niet tegenstaande hetzelve zoortelijk ligter dan water is.

XXV. VOORSTEL.

Vloeistoffen van verschillende digtheid, drukken elkander, en wel in reden van derzelver hoogte.

Bewijs. Daar zelfs de ligtste vloeistoffen ook zwaarte hebben, moeten derzelver deelen ook drukken op de deelen van andere vloeistoffen, op welken zij rusten, en overeenkomstig de hoogte, tot welke zij boven dezelve staan.

De Ondervinding bevestigt zulks ook als men een open glazen buis in een vat met water steekt, en vervol-

 gens

gens olie op het water rondom de pijp of in dezelve giet, wanneer in 't eerfte geval het water in de pijp rijzen, en in 't laatfte daalen zal.

XXVI. VOORSTEL.

Eene zwaarder vloeiftof op eene ligtere gegooten zijnde, zal de eerfte nederdaalen en de ligtere opwaard drukken.

Bewijs. Daar de zwaardere vloeiftof grooter drukking naar beneden oeffent dan de ligtere opwaard, moet zij tusfchen de pooren van deeze laatfte doordringen, en dezelve naar boven persfen.

De Ondervinding bevestigt ook hetzelfde als men een glas neemt dat twee holligheden heeft, die door eene naauwere opening gemeenfchap met elkander hebben, en men giet in de onderfte holligheid wijn en in de bovenfte water, dan zal de wijn naar boven klimmen, en het water de onderfte ruimte inneemen.

Kwik, water, wijn, olie, wijngeest in een vat overeenkomftig hunne zoortelijke zwaarte gegooten hebbende, blijven dezelven van elkander gefcheiden.

XXVII. VOORSTEL.

Zo twee vloeiftoffen van verfchillende zoortelijke zwaarte in twee pijpen op eene andere vloeiftof drukken, met welke zij zich niet vermengen, zullen zij evenwigt maaken, als haare hoogtens tot elkander zijn in de omgekeerde reden haarer zoortelijke zwaartens.

Be-

Bewijs. Fig. 32. De kragt met welke de Colom AB zijdwaard drukt is gelijk $S \times ab + AB$ daarentegen die van CD is gelijk $s + cd + CD$, zo 'er nu evenwigt zijn zal moet derhalven $S \times ab \times AB = S \times cd \times CD$ zijn.

$$ab = cd$$

$$S \times AB = S \times CD$$

of $S : s = CD : AB$

VIERDE HOOFDDEEL.

Over de ligchaamen die op Vloeistoffen drijven.

XXVIII. VOORSTEL.

Als een ligchaam op eene vloeistof drijft en in evenwigt is, zal de vloeistof die in de uitgebreidheid van 't ingedompeld deel kan bevat worden, gelijk zijn aan de zwaarte van 't gansche ligchaam.

Bewijs. Fig. 41. Het ligchaam E op de vloeistof in 't vat ABCD drijvende, zo dat abcd het ingedompeld deel is, dan moeten de Colommen EF en GH gelijk drukken, als 'er evenwigt zijn zal. Doch daar de drukking der Colom EF nog met het gewigt van 't ligchaam E vermeerderd is, moet 'er uit deeze Colom zoveel water uitgedreeven worden, dat het evenwigt hersteld is: derhalven moet het gewigt der vloeistof in de uitgebreidheid van 't ingedompeld deel bevat, aan 't gewigt van 't geheele ligchaam gelijk zijn.

I. Gevolg. Men kan dus uit het gewigt van één Cubicq

voet vloeiſtofs en uit de uitgebreidheid van 't ingedompeld deel het gewigt van 't geheele ligchaam vinden. Of integendeel het gewigt van 't geheele ligchaam bekend zijnde, vindt men de uitgebreidheid van 't ingedompeld deel.

II. Gevolg. Het gewigt van 't ingedompeld deel is tot het gewigt van 't geheele ligchaam, gelijk de zoortelijke zwaarte van 't ligchaam tot de zoortelijke zwaarte der vloeiſtof.

XXIX. VOORSTEL.

De gewigten der ingedompelde deelen van verſchillende ligchaamen in verſchillende vloeiſtoffen zijn tot elkander, in de regte reden van de gewigten der ligchaamen en in de omgekeerde van de zoortelijke zwaarte der vloeiſtoffen. Of (*) $P : p = G \times s : g \times S$.

Bewijs. Hoe grooter het gewigt van 't ligchaam is, des te grooter moet ook deszelfs ingedompeld deel zijn, op dat eene gelijke uitgebreidheid vloeiſtofs daar mede evenwigt maaken zou, doch hoe digter daarentegen de vloeiſtof is, des te eerder zal dit evenwigt verkreegen worden, en des te kleiner behoort de uitgebreidheid van dit ingedompeld deel te zijn. Derhalven zijn de uitgebreidheden en dus ook de gewigten der

---

(*) P en p duiden aan de ingedompelde deelen, G en g de gewigten der ligchaamen, en S en s de zoortelijke zwaarte der vloeiſtoffen.

der ingedompelde deelen tot elkander in de regte reden van de gewigten der ligchaamen en in de omgekeerde reden van de zoortelijke zwaarte der vloeistoffen. Of P : p = G × s : g × S.

I. Gevolg. De gewigten der ingedompelde deelen van verschillende ligchaamen in dezelfde vloeistof zijn derhalven tot elkander; als de gewigten der ligchaamen. Of P : p = G : g.

II. Gevolg. De gewigten der ingedompelde deelen van hetzelfde ligchaam in verschillende vloeistoffen zijn tot elkander in de omgekeerde reden van de zoortelijke zwaartens der vloeistoffen. Of P : p = s : S.

III. Gevolg. Hieruit is afgeleid de wijze om de zoortelijke zwaarte van vloeistoffen te vinden door Vogtweegers.

Deeze Vogtweegers zijn holle ronde bollen met eene lang pijpje voorzien, die op de vloeistoffen drijven, en door hunne ingedompelde deelen de zoortelijke zwaarte der vloeistoffen aanwijzen.



DE R

DERDE BOEK.

OVER DE

WATERLOOPKUNDE.

EERSTE HOOFDDEEL,

Over den Uitloop van 't water door openingen van Vaten, die bestendig vol gehouden worden.

I. VOORSTEL.

Als men eene vloeistof in een vat onderstelt verdeeld te zijn door eene oneindige menigte horizontaale doorsneden, daalt elk deeltje van dezelfde doorsneê loodregt naar beneden. En de verschillende doorsneden beweegen zich evenwijdig aan elkander.

Bewijs. Daar de beweeging eener vloeistof in 't vat ontstaat uit de drukkende werking der zwaarte, die voor alle deelen in elke doorsneê even groot is; moeten alle doorsneden ook evenwijdig aan elkander nederdaalen. En daar de zwaarte in eene loodregte rigting naar beneden werkt, daalt ook elk deeltje in dezelfde rigting neder.

Aanmerking. De Ondervinding bevestigt ook deeze waarheid, als men de beweeging van 't uitlopend water

ter in een vat beschouwt, wanneer men ontdekt dat de oppervlakte steeds evenwijdig aan zich zelve nederdaalt; uitgezonderd als zij digt aan de opening genaderd is, wanneer door het indringen der lugt een zoort van Tregter gebooren wordt. De beweeging van de waterdeelen langs de wanden van 't vat vordert ook hier eenige uitzondering; doch daar dezelven in getal bij de overige waterdeelen niet te vergelijken zijn, maakt dit geen inbreuk op de waarheid van dit voorstel.

II. VOORSTEL.

De hoeveelheid vloeistofs, die door de opening van een vat uitloopt, is evenredig aan de groote der opening en der snelheid van beweeging door dezelve. Of (*) Q = O × S.

Bewijs. Het is zeker 1.) dat, hoe grooter de opening is, 'er des te meer deelen gelijktijdig zullen uitloopen, 2.) dat, met hoe grooter snelheid deeze beweeging geschiedt, de deelen des te rasser elkander zullen opvolgen: derhalven is de hoeveelheid der uitloopende vloeistof evenredig aan de opening en snelheid.

I. Gevolg. Dus zijn de hoeveelheden vloeistofs, door gelijke openingen van vaten in denzelfden tijd uitloopende, tot elkander in de zamengestelde reden der openingen en snelheden. Of Q:q = O × S:o × s.

II. Ge-

(*) De letter Q beduidt hoeveelheid van beweeging, O de opening en S de snelheid.

II. Gevolg. De openingen der vaten gelijk zijnde, ſtaan de hoeveelheden der uitloopende vloeiſtof in denzelfden tijd tot elkander als de ſnelheden. Of $Q : q = S : s$.

III. Gevolg. Eene vloeiſtof met gelijke ſnelheid uitloopende zijn de hoeveelheden evenredig aan de openingen. Of $Q : q = O : o$.

IV. Gevolg. Zo de uitloopende hoeveelheden gelijk zullen zijn, moeten de openingen tot elkander ſtaan in de omgekeerde reden der ſnelheden. Of $O : o = s : S$.

V. Gevolg. Eindelijk zijn de ſnelheden tot elkander in de regte reden der hoeveelheden en omgekeerde der openingen. En de openingen zijn tot elkander in de regte reden der hoeveelheden en omgekeerde der ſnelheden. Of $S : s = \frac{Q}{O} : \frac{q}{o}$, en $O : o = \frac{Q}{S} : \frac{q}{s}$.

III. VOORSTEL.

Als men onderſtelt dat een vat, welke onder het uitloopen vol gehouden wordt, door een oneindig getal gelijke doorſneden verdeeld is, zullen de ſnelheden van de vloeiſtof in verſchillende doorſneden tot elkander zijn in de omgekeerde reden van de grondvlakken deezer doorſneeden.

Bewijs. Fig. 42. aD, cE, eH eenige doorſneeden van 't vat ABOP zijnde, kan men dezelven aanmerken als prisma's, van welken CD, NE, en GH de grond-

grondvlakken en IK, QR en LM de hoogtens zijn. Wanneer nu de eene doorſnede een gedeelte der hoogte nederdaalt, wordt dezelve oogenblikkelijk door de daar bovenſtaande opgevolgt, dus worden de hoogtens QR en LM in denzelfden tijd doorloopen; derhalven is de ſnelheid van cE : ſnelheid van eH = QR : LM. (I. B. 14 V. 1 Gev.).

en NE × QR = GH × LM. Onderſt.

dus QR : LM = GH : NE

en QR : LM = ſnelh. van cE : ſnelh. van eH

derhalven ſnelh. van cE : ſnelh. van eH = GH : NE.

I. Gevolg. Daar dit voor alle doorſneden plaats heeft, zal, als men de grootte der opening van een vat in vergelijking van deszelfs doorſneden oneindig klein ſtelt, de ſnelheid der vloeiſtof, loopende door eene doorſnede, ook oneindig klein zijn in vergelijking van die, met welke hetzelve door de opening loopt.

II. Gevolg. Dus wordt de hoeveelheid, die elk oogenblik door de opening gaat, gedrukt door het gewigt van een Colom vloeiſtof, die tot grondvlak de opening, en tot lengte de hoogte der vloeiſtof boven de opening heeft.

Want de ſnelheid in 't vat oneindig klein zijnde, verliezen dus de deelen der vloeiſtof boven de opening die ſnelheid, welke zij anders uit de werking der zwaartekragt verkrijgen zouden.

III. Gevolg. De ſnelheid is dus even groot, het zij de

de vloeiſtof door eene opening in den bodem of ter zijde uit het vat onder gelijke hoogte uitloopt.

Vermits de drukking zijdwaard zo groot is als die, welke van boven naar beneden geſchiedt. (II. B. 12 V.).

IV. VOORSTEL.

De ſnelheid, met welke de vloeiſtof door eene oneindig kleine opening van een vat loopt, is gelijk aan die welke een ligchaam, van de hoogte der vloeiſtof boven de opening vallende, verkrijgen zou. Of (*) S = s.

Bewijs. Fig. 43. Onderſtelt zijnde dat het vat in een oneindig getal van gelijke doorſneden verdeeld, en de opening oneindig klein zij in vergelijking van de verſchillende doorſneden van 't vat; dan zal de ſnelheid der vloeiſtof door deeze doorſneden oneindig klein zijn in vergelijking van die, met welke zij door 't gat uitloopt. (3 V. 1 Gev.). Derhalven de bovenſte doorſneden de ſnelheid, die zij anders door een' vrijen val verkrijgen zouden, misſende, wordt de uitloopende hoeveelheid Q, die elk oogenblik door 't gat gaat, gedrukt door een kragt K, die gelijk is aan 't gewigt eener Colom vloeiſtofs, welker bodem op en hoogte pI is: dus K=op×Ip. Zo men nu onderſtelt dat in 't oogenblik, in 't welk de hoeveelheid Q door

(*) S is de ſnelheid met welke de vloeiſtof onder de hoogte Ip uit het vat loopt, en s de ſnelheid welke een ligchaam langs dezelfde hoogte Ip vallende, verkrijgen zou.

door gemelde kragt door 't gat gaat, de zwaartekragt, (hier door de hoogte pz verbeeld) de hoeveelheid q zou doen uitloopen, dan is de grootte der drukking uit de zwaartekragt ontstaande of. k = op × pz. Derhalven is

$$K : k = op \times Ip : op \times pz. \quad 3\ V.\ 2\ Gev.$$
$$\text{en } K : k = Q \times S : q \times s. \quad I.\ B.\ 17\ V.$$

$$\text{dus } Q \times S : q \times s = op \times Ip : op \times pz$$
$$Q : q = op \times S : op \times s. \quad 2\ V.\ 1\ Gev.$$

$$\text{dus } S^2 : s^2 = Ip : pz$$
$$\text{en } S^2 : s^2 = Ip : pz. \quad I.\ B.\ 26\ V.\ 2\ Gev.$$

$$\text{derhalven } S^2 = S^2 \text{ of } S = {}^{\prime}S.$$

I. Gevolg. Dus loopt eene vloeistof steeds met eene gelijkmaatige snelheid door de opening van een vat, dat bestendig vol gehouden wordt.

Vermits de hoogte der vloeistof daar door dezelfde blijft, en de snelheid alleen van dezelve afhangt.

II. Gevolg. De snelheid eener vloeistof, bij 't uitloopen verkreegen, is zo groot dat dezelve daar door weder tot dezelfde hoogte kan klimmen.

Naardien de wet van snelheid van 't uitloopend water overeenkomstig is met die van een vallend ligchaam.

III. Gevolg. Een vloeistof zal dus ook met die snelheid, welke dezelve bij 't uitloopen verkreegen heeft, gelijkmaatig voortgaande, in denzelfden tijd tweemaal meer ruimte doorloopen dan de hoogte die een ligchaam zou vallen.

IV. Gevolg. Eene vloeiſtof loopende door de openingen van twee vaten of door twee openingen van hetzelfde vat, doch op verſchillende hoogtens van de oppervlakte van 't water geplaatst, zullen de ſnelheden van 't uitloopend water tot elkander zijn als de vierkants wortels der hoogtens van 't water boven de openingen. Of $S : s = \sqrt{H} : \sqrt{h}$.

V. Gevolg. Daar de ſnelheid der uitloopende vloeiſtof ſteeds in betrekking ſtaat tot de hoogte der vloeiſtof boven de opening, moet dus de ſnelheid van alle vloeiſtoffen bij 't uitloopen even groot zijn.

I. Aanmerking. Dus blijkt hier uit hoe zeer *Belidor* zich bedriegt in zijne *Architecture Hydraulique Tom.* I. *pag.* 187. als hij zegt: dat de ſnelheden van twee verſchillende vloeiſtoffen, zo als bij voorbeeld kwik en water, tot elkander zijn als de vierkants wortels der producten van de hoogtens en zoortelijke zwaarte der vloeiſtoffen. Wel is waar, dat de Colom kwik die de uitloopende uitdrijft, veertien maal meer drukt dan de Colom waters die gelijke hoeveelheid (of liever uitgebreidheid) waters doet uitloopen; en dat dus de drukkende kragten zijn in reden van de zoortelijke zwaarte der vloeiſtoffen; doch het is ook tevens waar dat de uitgeloope hoeveelheid kwiks ook veertien maal meer ſtofdeelen bevat als de uitgeloope hoeveelheid waters onder gelijke uitgebreidheid: derhalven moet in beide gevallen de ſnelheid even groot zijn (*).

II. Aan-

(*) Bosſut §. 199.

* II. Aanmerking. Offchoon tot hiertoe onderfteld is dat de openingen oneindig klein moeften zijn in vergelijking van de doorfneden der vaten, is dit echter niet noodig ter bevestiging van de waarheid deezer voorftellen. De Heer Bosfut heeft zelfs bevonden dat de oppervlakte der opening het $\frac{1}{50}$ gedeelte van de opening van 't vat kon zijn, eer de ondervinding van de Theorie verfchilde. „ Het is echter zeker, zegt gemelde
„ Schrijver, dat dan de onderfte deelen de volkome-
„ ne drukking der bovenftaande Colom niet onder-
„ vinden; offchoon deeze werking, gepaard met die
„ der zwaartekragt van elk deeltje en met de wer-
„ king, die de waterdeelen onderling op elkander
„ hebben, hetzelve te weeg fchijnt te brengen als te
„ voren. Nogtans leert de ondervinding dat, als
„ de opening een weinig aanmerkelijk is, het water
„ zijne beftendige fnelheid niet verkrijgt dan na eeni-
„ gen tijd. "

V. VOORSTEL.

De hoeveelheden vloeiftofs, die door de openingen van twee vaten, tot verfchillende hoogtens gevuld zijnde en zo gehouden wordende, in gelijken tijd uitloopen, zijn tot elkander in de zamengeftelde reden van de openingen en vierkants wortels uit de hoogtens.

Of $Q : q = O \times S : o \times s.$ 2 V. 1 Gev.
$S : s = \sqrt{H} : \sqrt{h}.$ 4 V. 4 Gev.

dus $Q : q = O \times \sqrt{H} : o \times \sqrt{h}.$

I. Gevolg, De openingen gelijk zijnde, ftaan de

hoeveelheden van de uitloopende vloeiſtof tot elkander als de wortels uit de hoogtens. Of $Q : q = \sqrt{H} : \sqrt{h}$.

II. Gevolg. Met gelijke hoogtens zijn de hoeveelheden tot elkander als de openingen. Of $Q : q = O : o$.

III. Gevolg. En zo de uitloopende hoeveelheden gelijk zullen zijn, behooren de openingen tot elkander te ſtaan in de omgekeerde reden van de wortels der hoogtens. Of $O : o = \sqrt{h} : \sqrt{H}$.

VI. VOORSTEL.

De hoeveelheid vloeiſtofs, die in een' bepaalden tijd door de opening van een vat loopt, is gelijk aan de gegeeve opening vermenigvuldigd met den gegeeven tijd en met den vierkants wortel uit de dubbele hoogte der vloeiſtof boven de opening met de zwaartekragt vermenigvuldigd. Of $Q = OT\sqrt{2HZ}$ (*).

Bewijs. De tijd in welken een ligchaam langs de hoogte H valt, is $= \sqrt{\frac{2H}{Z}}$ (I. B. 27 V.) en in deezen tijd loopt de vloeiſtof met haare verkreege ſnelheid gelijkmaatig eene lengte door gelijk aan 2H (4 V. 3 Gev.) dus gaat 'er in dien tijd een Colom van vloei-

ſtof

(*) De letter Q beduidt de hoeveelheid, O de opening van 't vat, T den tijd, H de hoogte der vloeiſtof boven de opening en Z de zwaartekragt.

ſtof uit, welkers grondvlak gelijk O, en welkers hoogte gelijk 2H is, en dus $=2OH$. Nu zijn de hoeveelheden, die met gelijke ſnelheden in de tijden $\sqrt{\frac{2H}{Z}}$ en T uitloopen, noodzaakelijk tot elkander als deeze tijden, dus $\sqrt{\frac{2H}{Z}} : T = 2OH : Q$, bijgevolg $Q = OT\sqrt{2HZ}$.

I. Gevolg. De tijd, in welken eene bepaalde hoeveelheid vloeiſtofs uitloopt, is gelijk aan deeze hoeveelheid, gedeeld door de opening vermenigvuldigd met den wortel uit de dubbele hoogte met de zwaartekragt vermenigvuldigd. Of $T = \frac{Q}{O\sqrt{2HZ}}$.

II. Gevolg. De grootheid der opening, die vereischt wordt om eene bepaalde hoeveelheid vloeiſtofs in eenen gegeeven tijd en onder eene bepaalde hoogte te doen uitloopen, is gelijk aan de hoeveelheid, gedeeld door den tijd vermenigvuldigd met den wortel uit de dubbele hoogte met de zwaartekragt vermenigvuldigd. Of $O = \frac{Q}{T\sqrt{2HZ}}$.

III. Gevolg. De hoogte, die eene bepaalde hoeveelheid vloeiſtofs boven eene gegeeve opening hebben moet, om in een gegeeven tijd uit te loopen, is gelijk aan 't vierkant der hoeveelheid, gedeeld door tweemaal het vierkant der opening met het vier-

kant des tijds en de enkele zwaartekragt vermenigvuldigd. Of $H = \frac{Q^2}{2 O^2 T^2 Z}$.

VII. VOORSTEL.

De Straal of Ader, die door de opening van een vat loopt, moet een weinig beneden dezelve zaâmgetrokken worden, en daar door derzelver doorsneê kleiner dan het vlak der opening zijn.

Bewijs. Daar de deelen eener vloeistof naar de plaats der minste drukking wijken, moeten zij van alle zijden naar de opening toevloeien; doch hier door de zijdelingsche deelen in eene schuine rigting op de Colom, die regthoekig boven de opening is, aanvallende, is de snelheid der deelen loodregt boven de opening grooter dan van de zijdelingsche deelen, die door hunne zamenhangende kragt wil medegevoerd worden; doch echter in hoe langer hoe kleiner hoeveelheid, waardoor zij dus eenen afgeknotten kegel beneden de opening maaken, van welke de opening het grootste vlak is.

Gevolg. Dus kan de hoeveelheid vloeistofs, die daadelijk door de opening van een vat in eenen bepaalden tijd uitloopt, nimmer overeenkomen met die, welke door bereekening gevonden wordt.

Wijl in de voorgaande Formule van 't vierde Voorstel de uitgeloope hoeveelheid aangemerkt is als een Cijlinder, welker doorsneden allen gelijk aan de opening van 't vat zijn; daar het thans blijkt dat de Ader door derzelver zamentrekking beneden de opening vernaauwd wordt.

Hier-

Hierbij komt nog de zamenhang, de beweeging en werking van de vloeiſtofs deelen onder elkander; de ſchuuring, die dezelven tegen de randen der opening bij 't uitloopen ondergaan; en eindelijk de tegenſtand der lugt, die door den uitloopenden Straal moet doordrongen worden: welken allen zoveele oorzaaken zijn die den uitloop vertraagen, en dus de uitgeloope hoeveelheid van de bereekende doen verſchillen.

VIII. VOORSTEL.

De wrijving, die de vloeiſtoffen tegen de randen van verſchillende, maar gelijkformige openingen ondergaan, in vaten die tot gelijke hoogte gevuld zijn, is naar evenredigheid grooter in kleine openingen dan in grooten.

Bewijs. Daar de Cirkels vermeerderen in reden van de vierkanten der middenlijnen, en de omtrekken ſlegts in de enkele reden, hebben de kleine Cirkels naar evenredigheid een grooter omtrek dan de grooten: derhalven wordt een vloeiſtof door kleine openingen naar evenredigheid meer vertraagd dan door grooten.

IX. VOORSTEL.

In vaten met gelijke en gelijkformige openingen is de wrijving tegen derzelver randen in evenredigheid minder op eene grootere dan op eene kleinere hoogte.

Bewijs. De uitwerking der wrijving is zeker des te grooter, hoe meer deelen de randen der opening in een bepaalden tijd raaken, en dus evenredig aan de ſnelheid met welke de vloeiſtof uitloopt, of aan den vierkants wortel uit de hoogte.

Zij derhalven H en h verſchillende hoogtens, en wel $H > h$, V de wrijving die de vloeiſtof onder eene bepaalde hoogte A ondergaat, dan is volgens het zo even gezegde $\sqrt{A} : \sqrt{H} = V : x$ de wrijving onder de hoogte H, dus is deeze wrijving $x = \frac{V}{\sqrt{A}} \times \sqrt{H}$, welke afgetrokken van de ganſche drukkende kragt, die aan H evenredig is, blijft 'er $H - \frac{V}{\sqrt{A}} \times \sqrt{H}$ voor de overige kragt die de vloeiſtof doet uitloopen. Op dezelfde wijs vindt men de andere kragt, die na vermindering van den weerſtand der wrijving voor de hoogte h nog overblijft, gelijk aan $h - \frac{V}{\sqrt{A}} \times \sqrt{h}$. Dewijl nu $H > h$ is, moet $\frac{V}{\sqrt{A}} \times \sqrt{H} > \frac{V}{\sqrt{A}} \times \sqrt{h}$ zijn, vermits de wortels der grootheden in veel minder reden aangroeien dan de grootheden zelven: dus heeft de drukkende kragt, die na aftrek van den weerſtand der wrijving van de grootere hoogte overblijft tot de overblijvende kragt van de kleinere hoogte een grooter reden dan de hoogtens zelfs tot elkander hebben: derhalven is de wrijving op eene grootere hoogte in evenredigheid minder dan op eene kleinere.

X. VOORSTEL.

De zamentrekking der Ader wordt vermeerderd naar maate de hoogte van 't water boven de opening grooter is.

Bewijs. Daar de deelen, die ter zijde de regtſtandige Colom boven de opening zijn, met eene ſchuine rigting onder 't uitloopen op dezelve aanvallen, en hier-

door

door de zamentrekking der Ader gebooren wordt, moet deeze zamentrekking des te grooter zijn, naar maate deeze deelen zich met grooter ſnelheid beweegen: hetwelk plaats heeft als de hoogte boven de opening grooter is.

XI. VOORSTEL.

Als eene vloeiſtof horizontaal uit de opening ter zijde van een vat uitloopt, zal de Straal eene Parabel beſchrijven.

Bewijs. Naardien de wetten van beweeging der vloeiſtoffen overeenkomſtig zijn met die van vallende ligchaamen (4 V.) moet, gelijk een voortgeworpen ligchaam een Parabel beſchrijſt, zulks ook door eene vloeiſtof geſchieden, die horizontaal uit de opening van een vat ſpringt.

XII. VOORSTEL.

Als men op de zijde van 't vat een halven Cirkel beſchrijft, en een lijn uit de opening loodregt optrekt tot aan den omtrek, zal de wijdte des ſprongs aan deeze dubbele lijn gelijk zijn.

Bewijs. Fig. 43. De vloeiſtof ſpringt uit de opening E met de ſnelheid die een ligchaam, uit A tot E vallende, hebben zou (4 V.) en deeze beweeging in eene horizontaale rigting zijnde, kan dus door de zwaartekragt niet verſneld nog vertraagd worden, maar gaat gelijkmaatig voort. De ſprong derhalven in F komende, heeft met deeze gelijkmaatige ſnelheid S de lengte BF doorgeloopen in denzelfden tijd T, in welken zij

de hoogte BE is neêrgedaald, of dat een ligchaam langs deeze hoogte gevallen is: derhalven is

$$BF = S \times T$$

Nu is $S = \sqrt{2AE \times Z}$

en $T = \sqrt{\frac{2BE}{Z}}$. I. B. 27 V.

dus $BF = ST = 2\sqrt{AE \times BE}$

$\sqrt{AE \times BE} = DE$

derhalven $BF = 2DE$.

I. Gevolg. De wijdte des sprongs zal het allerverste zijn, zo de opening in 't midden van de hoogte der vloeistof geplaatst is.

In dit geval is de wijdte des sprongs $= 2CH$, en die uit E is $= 2DE$: nu is $2CH > 2DE$, derhalven is de wijdte des sprongs uit C grooter dan uit E; hetwelk op dezelfde wijs voor elk punt buiten C in de gansche hoogte plaats heeft.

II. Gevolg. De sprong is even wijd uit ééne opening die zoveel boven het midden als onder hetzelve geplaatst is.

Want $CE = Ce$ zijnde, is ook $ED = ed$: derhalven de wijdte des sprongs uit de opening E gelijk aan die uit e.

TWEE.

TWEEDE HOOFDDEEL.

Over den Uitloop van vloeistoffen door openingen van vaten die geledigd worden.

XIII. VOORSTEL.

De snelheden, met welken de oppervlakte eener vloeistof op verschillende hoogtens van een ledigloopend Prismatisch vat daalt, zijn gelijk aan die van een opgeworpe ligchaam, dat met gelijke snelheid als de vloeistof zijne beweeging begint, in de overeenkomstige punten der hoogte.

Bewijs. Fig. 44. Het vat ABCD tot AD gevuld zijnde en geledigd wordende, zal de vloeistof met eene vertraagde beweeging uitloopen, vermits de oppervlakte AD hoe langer hoe meer daalende, de drukkende hoogte boven de opening geduurig vermindert. Als nu een ligchaam met eene snelheid, die hetzelve uit den rol langs ip zou verkrijgen, opgeworpen wordt langs de hoogte PI, dan begint hetzelve te klimmen met dezelfde snelheid waar mede de vloeistof, de hoogte ip hebbende, begint uit te loopen. De hoogtens ip en IP nu in gelijke deelen gedeeld zijnde, zal

de Snelh. in I : Snelh. in K $= \sqrt{PI} : \sqrt{PK}$ zijn. I. B. 26 V. 2 Gev.

en Snelh. in i : Snelh. in k $= \sqrt{pi} : \sqrt{pk}$

dus Snelh. in I : Snelh. in i = Snelh. in K : Snelh. in k

Snelh. in I = Snelh. in i

dus Snelh. in K = Snelh. in k.

Het

Het welk op alle overeenkomstige punten der hoogte op dezelfde wijze plaats heeft.

XIV. VOORSTEL.

In denzelfden tijd, in welke een Prismatisch vat geledigd wordt, zal 'er eene dubbele hoeveelheid vloeistofs uitloopen, zo het vat bestendig wordt vol gehouden.

Bewijs. Fig. 44. Nadien een ligchaam, zich gelijkmaatig beweegende, met dezelfde snelheid, met welke hetzelve begint te klimmen, eene lengte zou doorloopen, die tweemaal grooter is dan de hoogte IP tot welke hetzelve klimt (I. B. 28 V.). Zal ook de oppervlakte der vloeistof AD met die snelheid, met welke zij begint te daalen, gelijkmaatig voortgaande, tweemaal de lengte CD doorloopen in denzelfden tijd, in welken zij die bij 't ledig loopen maar eenmaal doorliep. Derhalven zal de hoeveelheid vloeistofs die bij eene gelijkmaatige beweeging, dat is, als het vat bestendig vol gehouden wordt, uitloopt, in denzelfden tijd tweemaal grooter zijn dan wanneer het vat geledigd wordt.

Gevolg. Derhalven is de hoeveelheid vloeistofs die uit een vat, dat in eenen bepaalden tijd geledigd wordt, uitloopt, gelijk aan de opening vermenigvuldigd met den tijd der lediglooping en met den wortel uit de halve hoogte der vloeistof met de zwaartekragt vermenigvuldigd.

Want

Want $Q = OT \sqrt{2HZ}$ als 't vat vol gehouden wordt. 6 V.

dus $q = \frac{OT \sqrt{2HZ}}{2} = OT \sqrt{\frac{HZ}{2}}$ als hetzelve geledigd wordt.

XV. VOORSTEL.

De tijd, in welken een Prismatisch vat geledigd wordt, is gelijk aan het gedeelde der grondvlakte door de opening, vermenigvuldigd met den vierkants wortel uit de dubbele hoogte der vloeistof gedeeld door de zwaartekragt. Of (*) $T = \frac{G}{O} \sqrt{\frac{2H}{Z}}$.

Bewijs. Fig. 44. De hoeveelheid vloeistofs, welke uit een geledigd Prismatisch vat uitgeloopen is, kan gelijk gesteld worden aan deszelfs grondvlak met de hoogte vermenigvuldigd.

Of $q = H \times G$

en $q = OT \sqrt{\frac{HZ}{2}}$. 14 V.

dus $OT \sqrt{\frac{HZ}{2}} = H \times G$

en $T = \frac{H \times G \sqrt{2}}{O \sqrt{HZ}} = \frac{G}{O} \sqrt{\frac{2H}{Z}}$.

I. Ge-

(*) G duidt aan de grondvlakte, O de opening en de overigen als voren.

I. Gevolg. De tijd der ledigkooping van een gedeelte van 't vat is gelijk aan 't gedeelde van de grondvlakte door de opening, vermenigvuldigd met het verschil des vierkants wortels uit de dubbele hoogtens der vloeistof voor en na den uitloop en gedeeld door den wortel uit den zwaartekragt.

$$\text{Of } T = \frac{G}{O}\,\frac{(\sqrt{H}-\sqrt{h})\sqrt{2}}{\sqrt{Z}}.$$

De tijd van ledigkooping van ABCD is $= \frac{G}{O}\sqrt{\frac{2ip}{Z}}$

—— —— —— —— GBCH $= \frac{G}{O}\sqrt{\frac{2pl}{Z}}$

---

dus de tijd van ledigklooping van AGHD $= \frac{G}{O}\sqrt{\frac{2ip}{Z}} - \frac{G}{O}\sqrt{\frac{2pl}{Z}}$

$$= \frac{G}{O}\,\frac{(\sqrt{ip}-\sqrt{pl})\sqrt{2}}{\sqrt{Z}} = \frac{G}{O}\,\frac{(\sqrt{H}-\sqrt{h})\sqrt{2}}{\sqrt{Z}}.$$

II. Gevolg. Hieruit blijkt ook hoe men een Cijlindervat verdeelen moet om door de daaling van 't water den tijd af te meeten.

Want onderfteld zijnde dat men het vat in 12 uuren tijds wil doen uitloopen, dan is $12 \times 3600'' = \frac{G}{O}\sqrt{\frac{2H}{Z}}$; derhalven G en O bekend zijnde, kan H of de geheele hoogte van 't vat gevonden worden. En daaruit vindt men volgens de formule van 't tweede Gevolg de hoogte voor elk uur of gedeelte derzelver.

XVI. VOOR-

XVII. VOORSTEL.

Van twee verſchillende Prismatiſche vaten zijn de tijden van lediglooping tot elkander in de zamengeſtelde regte reden van de grondvlakken en vierkante wortels uit de hoogtens en omgekeerde reden der openingen. Of $T : t = \frac{G}{O}\sqrt{H} : \frac{g}{o}\sqrt{h}$.

Bewijs. $T = \frac{G}{O}\sqrt{\frac{2H}{Z}}$ voor 't eene vat.

en $t = \frac{g}{o}\sqrt{\frac{2h}{Z}}$ voor 't andere.

dus $T : t = \frac{G}{O}\sqrt{\frac{2H}{Z}} : \frac{g}{o}\sqrt{\frac{2h}{Z}} = \frac{G}{O}\sqrt{H} : \frac{g}{o}\sqrt{h}$.

I. Gevolg. De hoogtens der vaten gelijk zijnde, ſtaan de tijden tot elkander in de regte reden der grondvlakken en omgekeerde der openingen. Of $T : t = \frac{G}{O} : \frac{g}{o}$.

II. Gevolg. Als de openingen der vaten gelijk zijn, ſtaan de tijden tot elkander in de zamengeſtelde reden van de grondvlakken en de wortels uit de hoogtens. Of $T : t = G\sqrt{H} : g\sqrt{h}$.

III. Gevolg. De vaten gelijke grondvlakken hebbende, zijn de tijden tot elkander in de regte reden van de wortels uit de hoogtens en in de omgekeerde reden van de openingen. Of $T : t = \frac{\sqrt{H}}{O} : \frac{\sqrt{h}}{o}$.

IV. Ge-

IV. Gevolg. Van ongelijke Cijlinders zijn de tijden van lediglooping tot elkander in de regte reden van de vierkanten der middenlijnen M, m, en vierkants wortels der hoogtens, en in de omgekeerde reden der openingen. Of $T : t = \frac{M^2}{O}\sqrt{H} : \frac{m^2}{o}\sqrt{h}$.

$$\text{Want } T : t = \frac{G}{O}\sqrt{H} : \frac{g}{o}\sqrt{h}$$
$$\text{en } G : g = M^2 : m^2$$
$$\text{dus } T : t = \frac{M^2}{O}\sqrt{H} : \frac{m^2}{o}\sqrt{h}.$$

DERDE HOOFDDEEL.

Over den daadelijken uitloop van 't water door openingen van Vaten.

XVII. VOORSTEL.

De Ondervinding bevestigt dat de hoeveelheden waters, door verfchillende openingen in gelijke tijden en onder gelijke hoogte uitloopende, tot elkander zijn als de oppervlakte der openingen.

Bewijs. Volgens de tweede proef van Tafel I, waren door eene ronde opening van 1 duim middenlijn, onder de hoogte van 11 voet, 8 duim, 10 lijn, uitgeloopen 9281 Cubicq duimen, en volgens de derde proef door eene opening van 2 duim middenlijn in den-

zelf-

zelfden tijd en onder dezelfde hoogte 37203 Cubicq duimen: dus moeten deeze hoeveelheden tot elkander zijn als 1 : 4; vermits de openingen evenredig zijn aan de vierkanten hunner middenlijnen. Derhalven

9281 : 37203 = 1 : x

dus x = 4,008.

XVIII. VOORSTEL.

Onder verschillende hoogtens zijn ook de hoeveelheden, die door dezelfde opening in gelijke tijden uitloopen, tot elkander als de vierkants wortels uit de hoogtens.

Bewijs. Volgens de 7de en 9de proef van Tafel I, waren 'er door de opening van 6 lijn diameter onder de hoogte van 9 voet uitgeloopen 2018 Cubicq duimen waters, en onder de hoogte van 4 voet door gelijke opening en in denzelfden tijd 1353 Cubicq duimen: dus moeten de hoeveelheden waters tot elkander zijn als de wortels uit 9 en 4 of als 3 : 2.

2018 : 1353 = 3 : x

dus x = 2,01.

XIX. VOORSTEL.

Hoogtens en openingen ongelijk zijnde, zullen de hoeveelheden waters tot elkander zijn als de openingen vermenigvuldigd met de wortels uit de hoogtens.

Bewijs. Volgens de 7de proef van Tafel I, waren 'er onder de hoogte van 9 voet door eene opening van

6 lijn diameter uitgeloopen 2018 Cubicq duimen waters; terwijl 'er volgens de 10de proef door eene opening van 1 duim middenlijn onder de hoogte van 4 voet 5436 Cubicq duimen waters uitliep: dus moeten deeze hoeveelheden tot elkander zijn als $36\sqrt{9} : 144\sqrt{4}$ of als 3 : 8.

$$2018 : 5436 = 3 : x$$

$$\text{dus } x = 8{,}08.$$

Aanmerking. Hoewel 't dus blijkt dat de ondervinding volkomen overeenstemt met de Theorie, kan men echter niet besluiten dat de uitgeloope hoeveelheid door de opening van een vat in een' bepaalden tijd gelijk zal zijn met die, welke volgens bereekening gevonden wordt: vermits de vergelijking der voorgaande proeven slegts de overeenkomst bepaalt, die 'er tusschen de uitloopende hoeveelheden plaats heeft.

XX. VOORSTEL.

De Ondervinding leert dat de straal, die door de opening van een vat uitloopt, beneden de opening zaamgetrokken wordt, en wel op eenen afstand van omtrent de halve middenlijn der opening beneden dezelve.

Bewijs. Uit de 1ste proef van Tafel II. blijkt het, dat de opening 1 duim of 12 lijn zijnde, de Ader 6 à 7 lijn beneden de opening was zaamgetrokken. In de 2de proef bij eene opening van 2 duim middenlijn was de zamentrekking 12 à 13 lijn beneden de opening geweest enz.

XXI. VOOR-

XXI. VOORSTEL.

De oppervlakte der opening van 't vat ſtaat tot de doorſneê der zaamgetrokke Ader als 150 : 100 of 3 : 2.

Bewijs. Volgens de eerſte proef van Tafel I, liep het water door eene ronde opening van 1 duim middenlijn, terwijl de zaamgetrokke Ader maar 9⅝ lijn bevonden werd.

Derhalven 14 : 11 = 144 : x

of x = 113,14 lijn voor de oppervlakte der opening.

14 : 11 = 96,04 : x

of x = 75,46 voor de doorſneê der Ader.

dus 75,46 : 113,14 = 100 : x

of x = 149,9 of bijna 150.

Gevolg. Dus zou in de bereekening van de uitloopende hoeveelheid waters de grootte der opening moeten verminderd worden in reden van 3 : 2.

Aanmerking. Volgens Newton ſtaat de doorſneê der opening tot die der Ader gelijk $\sqrt{2}$: 1 of 141 : 100. Men mag echter onderſtellen dat de waarneemingen van Bosſut ruim zo naauwkeurig zijn als die van Newton; vermits de eerſte zijne proeven gedaan heeft met openingen van 1, 2 en 3 duim middenlijn, en de laatſte alleen maar met eene opening van 6 lijn, in welke de Ader zo naauwkeurig niet is kunnen gemeeten worden.

XXII. VOORSTEL.

De hoeveelheid waters, volgens de Theorie bepaald, ſtaat tot de hoeveelheid die daadelijk uit een vat uitloopt als 5 : 8,1 of 0,62 : 1.

Bewijs. Volgens de agtſte proef uit Tafel I, vindt men dat 'er door de opening van 1 duim middenlijn onder de hoogte van 9 voet 8135 Cubicq duimen uitgeloopen zijn. Derhalven

$T = 1'$, $H = 9$ voet, en (*) $Z = 30,2$ zijnde,
is $\sqrt{2HZ} = \sqrt{2 \times 9 \times 30,2} = 279,6$

en $Q = OT\sqrt{2HZ} = \frac{3,14}{4} \times 60'' \times 279,6 = 13169.\ 6$ V.

dus $8135 : 13169 = 5 : x$

of $x = 8,098$ of bijna 8,1.

Gevolg. Dus moet de Formule $Q = OT\sqrt{2HZ}$ veranderd worden in $Q = \frac{5}{8,1}\ OT\ \sqrt{2HZ}$ of $Q = 0,62\ OT\ \sqrt{2HZ}$, om de bereekening met de ondervinding te doen overeenſtemmen.

Want $\frac{5}{8,1} = 0,62$ bijna.

I. Aan-

(*) Hier is de zwaartekragt $Z = 30,2$ voet Parijſche maat genomen, wijl de uitgeloope hoeveelheid waters ook in Parijſche maat gemeeten was: hetwelk de waarheid van 't voorſtel echter niet verkort.

I. Aanmerking. Volgens de proeven van Michellotte, in de jaaren 1764 en 1765 te Turin gedaan, is de betrekking tusschen de uitgereekende en uitgeloope hoeveelheid als 199 : 324 of als 5 : 8,14; hetwelk dus maar $\frac{4}{100}$ verschilt.

II. Aanmerking. Wanneer men de gevonde betrekking van 5 : 8,1 vergelijkt met die, welke in 't voorgaande voorstel gevonden is tusschen de grootte der opening en de doorsnede der zaamgetrokke Ader, ontdekt men dat zich hier een aanmerkelijk verschil opdoet; wijl volgens de eerste proeven de doorsnede der Ader $\frac{4}{10}$ grooter zijn zou dan volgens de laatste; want 3 : 2 = 8,1 : 5,4. Dit is zeker toe te schrijven aan de moeielijkheid van de meeting der Ader; naardien of de punten des passers niet zo juist aan de oppervlakte des Straals kunnen gebragt worden; of zo dit al geschieden mogt, oeffenen de punten des passers waarschijnlijk eenige aantrekking op de waterdeelen, en maaken de zamentrekking daardoor minder dan dezelve anders zijn zou. Trouwens Bossut zegt van deeze meeting zelfs: „ hoewel ik deeze proe-„ ven met alle mogelijke zorg in 't werk gesteld „ heb, geloof ik niet dat ze zeker of naauwkeurig „ genoeg zijn om volgens dezelven den uitloop van „ 't water, zo juist mogelijk is, te bepaalen."

III. Aanmerking. Zo men nog grooter naauwkeurigheid gebruiken wil om de uitgeloope hoeveelheid waters in een' bepaalden tijd te bereekenen, kan men zich bedienen van de derde Tafel, die uit de voorgaanden zamengesteld is. Men neemt dan in plaats van $\frac{5}{8,1}$ of 0,62 het getal uit de vierde Colom, die

het naast met de opgegeeve hoogte van 't water boven de opening overeenkomt.

Om dus bij voorbeeld de uitgeloope hoeveelheid te vinden in 8′ door eene opening van 16 lijn onder eene hoogte van 11 voet 6 duim, zoekt men in de vierde Colom het getal dat met 11′ voet hoogte overeenkomt, welk is 0,61873: derhalven wordt de Formule 0,61873 OT$\sqrt{2HZ}$, en men vindt de uitgeloope hoeveelheid = 75,889 Cubicq voeten.

XXIII. VOORSTEL.

De zamentrekking der Ader wordt vermeerderd naar maate de hoogte van 't water boven de opening grooter is.

Bewijs. Dit blijkt als men bij voorbeeld de tweede, agtste en tiende proef uit Tafel I, vergelijkt met de bereekende hoeveelheid, dan vindt men dat de uitgeloope hoeveelheid naar evenredigheid meerder is onder eene kleinere dan onder eene grootere hoogte.

Volgens de tweede en agtste proef

is $\sqrt{11 \text{ vt. } 8 \text{ d}, 10 \text{ l}} : \sqrt{9} = 9281 : x$

dus x = 8127 de bereekende hoeveelheid onder 9 voet.
8135 de uitgeloope hoeveelheid onder 9 voet.

derhalven 8 Cubicq duimen verschil onder de hoogte van 9 voet.

Volgens de tweede en tiende proef

is $\sqrt{11 \text{ vt. } 8 \text{ d. } 10 \text{ l.}} : \sqrt{4} = 9281 : x$

dus x = 5418 de bereekende hoeveelheid onder 4 voet.
5436 de uitgeloope hoeveelheid onder 4 voet.

dus 18 Cubicq duimen verschil onder de hoogte van 4 voet.

Der,

Derhalven is op 9 voet hoogte de uitgeloope hoeveelheid maar 8 Cubicq duimen grooter dan de bereekende, terwijl dezelve op 4 voet gevonden wordt 18 Cubicq duimen grooter te zijn. Naardien nu deeze vermindering op eene grootere hoogte niet kan worden te weeg gebragt door eene meerdere wrijving volgens Voorſtel IX, omdat de wrijving op eene grootere hoogte naar evenredigheid minder is, blijft 'er zeker geen andere oorzaak over dan eene kleine vermeerdering van zamentrekking in de uitloopende Ader. Offchoon men hier ook nog zou kunnen bijvoegen dat, naar maate het water met grooter ſnelheid uitloopt, de lugt ook eenigen meerderen weêrſtand op hetzelve oeffent.

XXIV. VOORSTEL.

De hoeveelheid waters, die uit een vat door eene korte verticaale pijp uitloopt, ſtaat tot die, welke door eene opening van gelijke middenlijn in denzelfden tijd loopt als 13 : 10.

Bewijs. De Ondervinding heeft geleerd dat het water door eene pijp uit een vat loopende, dikwerf de wanden deezer pijp niet volgt, vooral als dezelve korter is dan haare dubbele middenlijn. In dit geval wordt dus de Ader even zo zaamgetrokken als dat het water door eene opening liep. Men kan derhalven de derde en vierde proef van Tafel IV gebruiken, in welken 't water geloopen is door een pijp van 1 duim middenlijn en 18 lijn lang; doch 't water is in de laatſte proef de wanden der pijp niet gevolgd, dus is de zamentrekking in haar geheel gebleeven, en het is als of het water door eene opening van gelijke middenlijn als de pijp geloopen was. De uitgeloopene hoeveel-

heden zijn 12168 Cubicq duim als 't water de wanden volgde, en 9282 als 't water de wanden niet raakte: derhalven

$$9282 : 12168 = 10 : x$$

$$\text{dus } x = 13,1.$$

I. Gevolg. Dus ſtaan onder gelijke hoogte de uitgeloopene hoeveelheden volgens bereekening, volgens de daadelijke uitloop door een pijp, en volgens die door eene opening, tot elkander als de getallen 16, 13 en 10.

II. Gevolg. Derhalven vindt men de uitgeloope hoeveelheid door kleine pijpen als men de opening vermindert in reden als 16 : 13: en de voorgaande Formule wordt veranderd in $Q = \frac{13}{16} OT \sqrt{2HZ}$.

I. Aanmerking. Michellotti heeft uit zijne reeds gemelde proeven de Formule bepaald $Q = \frac{265}{324} OT \sqrt{2HZ}$, hetwelk zeer na met de voorgaande overeenkomt; want $324 : 265 = 16 : 13,09$.

Indien de pijp de gedaante van eenen geknotten kegel heeft, wordt de Formule volgens dezelfde proeven van Michellotti veranderd in $Q = \frac{26}{27} OT \sqrt{2HZ}$.

II. Aanmerking. Men kan de hoeveelheid waters, die door korte Cijlinder pijpen uitloopt, naauwkeuriger bereekenen door Tafel V, op dezelfde wijs als dit in de derde Aanmerking van 't 22ſte Voorſtel voor de openingen getoond is.

XXV. VOOR-

XXV. VOORSTEL.

De uitgeloopene hoeveelheden onder dezelfde hoogte van 't water, doch door verschillende pijpen, zijn tot elkander als de oppervlaktens hunner openingen.

Bewijs. In de vijfde en zesde proef van Tafel IV vindt men dat 'er in 1' uitgeloopen zijn 1689 Cubicq duimen waters door eene pijp van 6 lijn diameter, en 4703 Cubicq duimen door eene van 10 lijn onder eene gelijke hoogte van 552 lijn. Naardien nu de openingen tot elkander zijn als de vierkanten der middenlijnen, moet 4703 : 1689 = 100 : 36 zijn:

Dus 4703 : 1689 = 100 : x

of x = 35,9.

XXVI. VOORSTEL.

De hoeveelheden door pijpen van dezelfde wijdte, doch onder verschillende hoogtens-uitgeloopen, zijn tot elkander als de vierkants wortels uit de hoogtens.

Bewijs. In de zesde en tiende proef van Tafel IV. vindt men dat 'er door een pijp van 10 lijn diameter in 1' is uitgeloopen 4703 Cubicq duimen waters onder de hoogte van 552 lijn, en 3402 Cubicq duimen onder de hoogte van 288 lijn: dus moeten de uitgeloopene hoeveelheden tot elkander staan = $\sqrt{552}$: $\sqrt{288}$.

Derhalven 4703 : 3402 = $\sqrt{552}$: $\sqrt{x}$

dus $\sqrt{x}$ = $\sqrt{288{,}8}$ Cubicq duimen.

XXVII. VOORSTEL.

De hoeveelheden, in denzelfden tijd onder verfchillende hoogtens en door verfchillende pijpen uitgeloopen, zijn in de zamengeftelde reden hunner openingen en de vierkants wortels der hoogtens.

Bewijs. In de vijfde proef van Tafel IV. vindt men dat in 1' uitgeloopen zijn 1689 Cubicq duimen waters door een pijp van 6 lijn diameter onder de hoogte van 552 lijn; en in de tiende proef 3402 Cubicq duimen onder de hoogte van 288 lijn door een pijp van 10 lijn diameter.

$$\text{Dus } 100\sqrt{288} : 36\sqrt{552} = 3402 : x$$

$$\text{of } x = 1691.$$

Aanmerking. Men zou hier kunnen vraagen of, in de befchouwing van den uitloop van 't water door pijpen, bijzonder die horizontaal zijn, de lengte van deeze pijpen niet in aanmerking behoort te komen; want onderfteld zijnde dat zulk een pijp aan de opening geflooten is, tot dat dezelve, benevens het vat, met water is gevuld, dan kan men dit water als een rustend ligchaam aanmerken, dat door de drukking van 't water in 't vat in beweeging moet gebragt worden. Daar nu de hoeveelheid waters van de pijp grooter of kleiner is naar maate van de meerdere of mindere lengte der pijp, moet 'er ook meerder tijd verloopen om aan eene grootere hoeveelheid ftofs met dezelfde kragt dezelfde beftendige fnelheid mede te deelen dan aan eene kleinere: derhalven fchijnt de lengte der pijp zeker in aanmerking te moeten komen.

Dan men kan ligt deeze tegenwerping oplosfen door aan

te

te merken dat men hier niet let op 't verkrijgen der snelheid; want dan heeft zeker het water in eene lange pijp meer tijd nodig om uit de rust tot dezelfde snelheid gebragt te worden dan in eene korte; doch de tijd komt hier in geen aanmerking, naardien men hier den loop des waters beschouwt na dat het reeds deszelfs bestendige snelheid verkreegen heeft.

XXVIII. VOORSTEL.

De hoeveelheid waters, die in eenen bepaalden tijd door eene opening uit een vat loopt, zal minder zijn dan die, welke in denzelfden tijd door eene Cijlinderpijp van gelijke middenlijn uitloopt; en weder minder door deeze dan door eene die de gedaante van eenen geknotten kegel heeft: hetzij de grootste opening binnen of buitenwaards geplaatst is.

Bewijs. Dit blijkt uit de proeven van Poleni in Tafel VI, in welke de hoeveelheid waters in 1' door eene opening van 26 lijn diameter uitgeloopen, gelijk is aan 15877 Cubicq duim; door een Cijlinder-pijp van gelijke middenlijn en 91 lijn lang 23434; en 24758 Cubicq duim door eene kegelformige pijp van 92 lijn lengte, welker middenlijn aan de zijde van 't vat was 33 lijn, en derzelver uitwendige 28 lijn, derhalven is door de opening de minste en door de kegelformige pijp de meeste hoeveelheid uitgeloopen.

I. Gevolg. Dus moet de zamentrekking der Ader in pijpen minder zijn dan als het water door openingen loopt.

II. Gevolg. Om echter den grootsten uitloop des waters

ters te hebben, kunnen de Cijlinder-pijpen geene willekeurige lengte, noch de kegelformige geene willekeurige wijdte hebben.

Want de eersten te lang zijnde, wordt de wrijving langs de wanden te groot, en dus de uitloopende hoeveelheid waters daar door verminderd: en van de anderen de uitwendige openingen te groot zijnde, kan de Straal de wanden der pijp niet volgen; en de inwendigen te groot zijnde, wordt 'er op nieuws eene zamentrekking aan de uitwendige opening gebooren. Het blijkt ook uit de proeven van Poleni dat die kegelformige pijp welke aan de zijde van 't vat eene opening van 11 lijn diameter heeft, minder water heeft doorgelaaten dan die welker opening flegts 33 lijnen diameter is, zijnde de uitgeloope hoeveelheid waters van de eerste 23687 Cubicq duimen, en van de laatste 24758 Cubicq duimen.

Aanmerking. Bosfut twijfelt of de maat, welke Poleni gebruikt heeft om de uitgeloope hoeveelheid waters te meeten, wel juist geweest is; dit echter vermindert de waarheid van 't voorftel niet, wijl we hier flegts de betrekking tusfchen de verfchillende uitgeloopene hoeveelheden waters onderzoeken.

XXIX. VOORSTEL.

De Ondervinding ftemt ook genoegzaam overeen met de Theorie der ledigloopende vaten, mits men de opening ook verminderen in reden van 8,1 : 5.

Bewijs. Volgens de waarneemingen van Bosfut liep 'er uit een vat van 11 voet 8 duim hoogte, in wiens grondvlak een vierkant was van 3 voet elke zijde, hebbende

de eene opening van 1 duim middenlijn, in den tijd van 7' „ 25",5 zoveel water uit, dat de oppervlakte 4 voet daalde.

$$\text{Dus } T = \frac{G}{O}\,\frac{(\sqrt{H}-\sqrt{h})\sqrt{2}}{\sqrt{Z}} = \frac{G}{O}\,\frac{(\sqrt{H}-\sqrt{h})}{\sqrt{15,1}}.\ \ 15\text{V. } 1\text{Gev.}$$

$$\text{of } T = \frac{9}{0,0003365}\,\frac{(\sqrt{11,667}-\sqrt{7,667})}{\sqrt{15,1}}$$

$$T = \frac{9}{0,0003365} \times \frac{0,646}{3,9} = 443'',02 = 7' \,„\, 23'',02,$$

hetgeen slegts 2",5 van den waaren uitloop verschilt.

Aanmerking. Men ontdekt dezelfde overeenkomst in de volgende proeven.

1. Uit hetzelfde vat is door eene ronde opening van 2 duim middenlijn zulk eene hoeveelheid waters in 1' „ 52" uitgeloopen, dat de oppervlakte 4 voet gedaald was.

2. Het water door de opening van 1 duim middenlijn loopende, was de oppervlakte 9 voet gedaald in den tijd van 20' „ 24"½.

3. Eindelijk het water door de opening van 2 duim middenlijn loopende was de oppervlakte 9 voet gedaald in den tijd van 5' „ 6".

VIER-

VIERDE HOOFDDEEL.

Over de Botzing der Vloeistoffen.

XXX. VOORSTEL.

Als een vloeistof met eene gelijkmaatige beweeging, doch met verschillende snelheden regthoekig loopt tegen twee vlakken van verschillende grootte, zullen de hoeveelheden vloeistofs, die in een bepaalden tijd tegen deeze vlakken botzen, evenredig zijn aan de grootte der vlakken vermenigvuldigd met de snelheden der vloeistof. Of (*) Q : q = CG × S : FI × s.

Bewijs. Fig. 45. Zij CG en FI de vlakken, AB en DE de lengtens, die de vloeistof in denzelfden tijd afloopt, dan zullen de hoeveelheden der vloeistof Q en q aangemerkt kunnen worden als twee Prismas, van welken CG en FI de grondvlakken, en AB en DE de lengtens zijn. Derhalven is

Q : q = CG × AB : FI × DE
AB : DE = S : s. I. B. 14 V. 1 Gev.

dus Q : q = CG × S : FI × s.

I. Ge-

(*) Q en q duiden aan de hoeveelheden vloeistofs, die in een' bepaalden tijd tegen de vlakken aanbotzen, en S en s de snelheden met welken dit geschied.

I. Gevolg. Met gelijke ſnelheden zijn de hoeveelheden vloeiſtofs evenredig aan de vlakken. Of Q : q = CG : FI.

II. Gevolg. De vlakken gelijk zijnde, worden de hoeveelheden vloeiſtofs evenredig aan de ſnelheden. Of Q : q = S : s.

III. Gevolg. En zo 'er gelijke hoeveelheden vloeiſtofs in denzelfden tijd tegen twee verſchillende vlakken botzen, moeten de ſnelheden in de omgekeerde reden der vlakken zijn.

XXXI. VOORSTEL.

De grootheid der kragt, die de deelen eener vloeiſtof gelijktijdig tegen een vlak oeffenen, is evenredig aan de hoeveelheid der deelen, die gelijktijdig tegen het vlak botzen, met de ſnelheid vermenigvuldigd. Of $K = Q \times S$.

Bewijs. Elk deeltje der vloeiſtof met eene bepaalde ſnelheid tegen het vlak aanbotzende, oeffent eene bepaalde kragt op hetzelve overeenkomſtig deszelfs ſnelheid: daar nu al de deeltjes, van gelijke grootheid onderſteld worden, en eene gemeene ſnelheid hebben, oeffenen zij ook gelijke kragten uit; derhalven moet de geheele kragt gelijk zijn aan de hoeveelheid der deelen, die gelijktijdig tegen het vlak aanloopen, met hunne gemeene ſnelheid vermenigvuldigd.

XXXII. VOORSTEL.

De kragten, die twee vloeiſtoffen met gelijkmaatige

ge snelheden en in eene regthoekige rigting tegen twee platte oppervlaktens uitoeffenen, zijn tot elkander als de grootheid dier vlakken met de vierkanten van de snelheden der vloeistoffen vermenigvuldigd. Of (*) $K : k = O \times S^2 : o \times s^2$.

Bewijs. Fig. 45. Ondersteld zijnde dat de onderscheidene lengtens AB en CD in denzelfden *tijd T* door de vloeistoffen met eene gelijkmaatige beweeging doorloopen worden, dan is de hoeveelheid vloeistofs die in den tijd T agtereenvolgend tegen het vlak O aanloopt $= O \times AB$, en die tegen $o = o \times CD$.

Dus $Q : q = O \times AB : o \times CD$. 30 V.
$AB : CD = S : s$. I. B. 14 V. 1 Gev.

derhalven $Q : q = O \times S : o \times s$
$S : s = S : s$

$Q \times S : q \times s = O \times S^2 : o \times s^2$
$Q \times S : q \times s = K : k$. 31 V.

dus $K : k = O \times S^2 : o \times s^2$.

I. Gevolg. Dus zijn met gelijke snelheden der vloeistoffen de kragten evenredig aan de grootte der vlakken. Of $K : k = O : o$.

II. Gevolg. En de vlakken gelijk zijnde, staan de kragten tot elkander in reden van de snelheden der vloeistoffen. Of $K : k = S : s$.

III. Ge-

(*) De letters K en k duiden de kragten, O en o de oppervlaktens en S en s de snelheden der vloeistoffen aan.

III. Gevolg. De kragten zijn ook tot elkander als de vlakken vermenigvuldigd met de hoogtens die met de ſnelheden der vloeiſtoffen overeenkomſtig zijn. Of K : k = O × H : o × h.

Want K : k = O × S² : o × s²
S² : s² = H : h. I. B. 26 V. 2 Gev.

dus K : k = O × H : o × h.

XXXIII. VOORSTEL.

Als een vloeiſtof met verſchillende ſnelheden regthoekig aanbotst tegen twee vlakken, die eene beweeging evenwijdig aan zich zelfs hebben in dezelfde rigting als 't water, zullen de kragten des ſchoks evenredig zijn aan de grootte der vlakken vermenigvuldigd met de vierkanten van de verſchillen der ſnelheden van de vlakken en de vloeiſtof. Of K : k = AB (S — 𝔖)² : CD (s — 𝔰)² (*).

Bewijs. Fig. 46. Onderſteld zijnde dat terwijl de vlakken AB en CD de lengtens ef en gh doorloopen, de vloeiſtof in denzelfden tijd de lengtens Ef en Fh gelijkmaatig afloopt, zal Ef de volſtrekte ſnelheid der vloeiſtof, en ef die van 't vlak AB zijn, terwijl Fh de ſnelheid van den anderen ſtroom en gh die van 't vlak CD zijn zal. (I. B. 14 V. 1 Gev.). Dus is de betrekkelijke

(*) S en s zijn de ſnelheden der vloeiſtof, en 𝔖 en 𝔰 de ſnelheden der vlakken.

ke ſnelheid met welke de vloeiſtof en de ligchaamen elkander naderen gelijk aan E e en F g (I. B. 22 Bep.) dus $K : k = AB \times Ee^2 : CD \times Fg^2$; doch de betrekkelijke ſnelheid is hier gelijk aan 't verſchil der volſtrekte ſnelheden (I. B. 71 V.) dus is $K : k = AB \times (Ef - ef)^2 : CD \times (Fh - gh)^2 = AB\,(S - \mathfrak{S})^2 : CD\,(s - \mathfrak{s})^2$.

XXXIV. VOORSTEL.

Indien de vloeiſtof en vlakken zich in tegengeſtelde rigtingen beweegen, zijn de kragten der botzing evenredig aan de grootte der vlakken vermenigvuldigd met de vierkanten van de ſommen der ſnelheden van de vlakken en vloeiſtof.

Bewijs. Als de beweeging in tegengeſtelde rigting geſchiedt, dan is de betrekkelijke ſnelheid gelijk aan de ſom der volſtrekte ſnelheden (I. B. 71 V.) derhalven $K : k = AB \times (S + \mathfrak{S})^2 : CD \times (s + \mathfrak{s})^2$.

XXXV. VOORSTEL.

De kragt des regthoekigen ſchoks van eene vloeiſtof tegen een vlak ſtaat tot de kragt des ſchuinen ſchoks tegen een ander als de grootte van het eerſte vlak vermenigvuldigd met het vierkant der ſnelheid van de vloeiſtof tot de grootte van het tweede vlak ook met het vierkant der ſnelheid en met het vierkant van de ſinus des hoeks van ſchuinheid vermenigvuldigd. Of (*) $K : k = O \times S^2 : o \times s^2 \times \overline{\sin. \angle B}^2$.

Be-

(*) De letter K is de kragt des regthoekigen en k die des ſchui-

Bewijs. Fig. 47. DE regthoekig op de rigting des strooms getrokken zijnde, en door EC bepaald wordende, zullen 'er even zoveel vloeistofs deelen tegen het vlak DC als tegen DE komen: dus is de hoeveelheid vloeistofs die in denzelfden tijd tegen CD aanbotst zo groot als tegen DE, en de hoeveelheden Q en q die tegen AB en CD in denzelfden tijd aanbotzen, zijn tot elkander gelijk $AB \times S : DE \times s$. Maar de vloeistof tegen het tweede vlak in eene schuine rigting aanbotzende, zal, zo ab de volstrekte botzende kragt k ondersteld wordt, bc de betrekkelijke kragt $\mathfrak{k}$ zijn, die alleen op 't vlak CD haare werking uitoeffent, en $ab = \frac{bc}{\text{sin.} \angle bac} = \frac{\mathfrak{k}}{\text{sin.} \angle ECD}$.

Derhalven $Q : q = AB \times S : DE \times s$. 30 V.

$DE = DC \times \text{sin.} \angle ECD$

$Q : q = AB \times S : DC \times s \times \text{sin.} \angle ECD$

$S : s = S : s$

$Q \times S : q \times s = AB \times S^2 : DC \times s^2 \times \text{sin.} \angle ECD$

$Q \times S : q \times s = K : k$. 31 V.

dus $K : k = AB \times S^2 : DC \times s^2 \times \text{sin.} \angle ECD$

$k = \frac{\mathfrak{k}}{\text{sin.} \angle ECD}$

derhalven $K : \mathfrak{k} = AB \times S^2 : DC \times s^2 \times (\text{sin.} \angle ECD)^2$

of $K : \mathfrak{k} = O \times S^2 : o \times s^2 \times \overline{\text{sin.} \angle B}^2$.

I. Ge-

schuinen schoks, O en o de vlakken, S en s de snelheden en sin. ∠B de sinus van den hoek der schuine botzing.

I. Gevolg. Als een vloeiſtof met verſchillende ſnelheden, in verſchillende ſchuine rigtingen en tegen onderſcheidene vlakken aanſtroomt, zijn de kragten der botzing tot elkander als de grootheid der vlakken vermenigvuldigd met de vierkanten der ſnelheden en der ſinusſen van de hoeken van rigting.

Of $\mathfrak{K} : \mathfrak{k} = O \times S^2 \times \overline{\text{ſin.} \angle B}^2 : o \times s^2 \times \overline{\text{ſin.} \angle b}^2$.

II. Gevolg. De vloeiſtof met gelijke ſnelheid ſtroomende, zijn de kragten tot elkander als de vlakken vermenigvuldigd met de vierkanten der ſinusſen van de hoeken van rigting. Of $\mathfrak{K} : \mathfrak{k} = O \times \overline{\text{ſin.} \angle B}^2 : o \times \overline{\text{ſin.} \angle b}^2$.

III. Gevolg. Met gelijke hoeken van rigting zijn de kragten tot elkander als de vlakken vermenigvuldigd met de vierkanten der ſnelheden. Of $\mathfrak{K} : \mathfrak{k} = O \times S^2 : o \times s^2$.

IV. Gevolg. De hoeken van rigting en de ſnelheden gelijk zijnde, ſtaan de kragten tot elkander als de vlakken. Of $\mathfrak{K} : \mathfrak{k} = O : o$.

V. Gevolg. Tegen gelijke vlakken zijn de kragten tot elkander als de vierkanten der ſnelheden met die der Sinusſen van de hoeken van rigting vermenigvuldigd. Of $\mathfrak{K} : \mathfrak{k} = S^2 \times \overline{\text{ſin.} \angle B}^2 : s^2 \times \overline{\text{ſin.} \angle b}^2$.

VI. Gevolg. Als de vlakken tot elkander zijn in de omgekeerde reden van de Sinusſen der hoeken, die de rigting des ſtrooms met de vlakken maakt, en de ſnel-

ſnelheden des ſtrooms gelijk zijn, ſtaan de kragten tot elkander in de regte reden van de Sinusſen der hoeken. Of $\mathfrak{K} : \mathfrak{k} = \text{ſin.}\ \angle B : \text{ſin.}\ \angle b$.

Want $O : o = \text{ſin.}\ \angle b : \text{ſin.}\ \angle B$. Onderſt,

is $O \times \text{ſin.}\ \angle B = o \times \text{ſin.}\ \angle b$

en $\mathfrak{K} : \mathfrak{k} = O \times S^2 \times \text{ſin.}\ \angle B : o \times s^2 \times \text{ſin.}\ \angle b$

dus $\mathfrak{K} : \mathfrak{k} = S^2 \times \text{ſin.}\ \angle B : s^2 \times \text{ſin.}\ \angle b$

$S^2 = s^2$

derhalven $\mathfrak{K} : \mathfrak{k} = \text{ſin.}\ \angle B : \text{ſin.}\ \angle b$.

XXXVI. VOORSTEL.

Een gelijkbeenige driehoek zodanig aan den ſchok eener vloeiſtof blootgeſteld zijnde, dat zijne rigting regthoekig op het grondvlak valt, dan is de kragt des regthoekigen ſchoks tegen het grondvlak tot die welke de driehoek in de rigting van deszelfs hoogte ondergaat als het vierkant der grondvlakte tot viermaal het vierkant van één der zijden. Of (*) $2K : 2C = 4AC^2 : BC^2$.

Bewijs. Fig. 48. De ſnelheden gelijk zijnde, is

K

(*) K duidt aan de kragt des regthoekigen ſchoks tegen CD, en C die welke de zijde AC ontvangt in de rigting van de hoogte AD, dus 2K die op AC + AB, en 2C die op BC.

$$K : k = CD : AC \times \text{fin.}\ \overline{\angle CAD}^2 \quad 35\ V.$$

$$\text{fin.}\ \overline{\angle CAD}^2 = \frac{CD^2}{AC^2}$$

$$\text{dus } K : k = CD : AC \times \frac{CD^2}{AC^2} = CD \times AC^2 : AC \times CD^2$$

$$\text{of } K : k = AC : CD$$

$$\text{en } k = \frac{K \times CD}{AC}.$$

Deeze kragten nu, die regthoekig op AC en AB werken in de rigtingen van ab en df worden voor een gedeelte vernietigd; want ab en df elk in twee andere kragten ontbonden hebbende, werken bc en ef in tegenstrijdige rigtingen, en vernietigen elkander: derhalven blijft 'er slegts de kragt ac en de over om den driehoek ACB in de rigting van AD te doen beweegen. Deeze kragt C genoemd zijnde, is

$$k : C = ab : ac = AC : CD$$

$$\text{en } k = \frac{K \times CD}{AC}$$

$$\text{dus } \frac{K \times CD}{AC} : C = AC : CD$$

$$\text{of } K : C = \frac{AC^2}{CD} : CD = AC^2 : CD^2 = 4AC^2 : CB^2$$

$$\text{derhalven } 2K : 2C = 4AC^2 : CB^2.$$

Dat is, de regthoekige kragt tegen BC tot de kragt op de beide zijden AC en AB gelijk $4AC^2 : BC^2$.

I. Gevolg. Als de driehoek te gelijk regthoekig is, zal de kragt des schoks dien de driehoek ontvangt op

de

de fchuine zijde de helft zijn van die, welke op het grondvlak geoeffend wordt.

Want dan is △ADC ook gelijkbeenig, dus

$$\begin{array}{l} 2K : 2C = 4AC^2 : BC^2 \\ \quad\quad\quad AC^2 : BC^2 = 2 : 4 \\ \hline \text{derhalven } 2K : 2C = 8 : 4 = 2 : 1. \end{array}$$

II. Gevolg. De kragt des fchoks, die een vierkant in de rigting van deszelfs hoeklijn ontvangt, ftaat tot die welke op één van deszelfs zijden regthoekig uitgeoeffend wordt als $1 : \sqrt{2}$.

Want in 't eerfte geval is de driehoek ABC, en in 't tweede de zijde AC aan den fchok blootgefteld: zo derhalven k de regthoekige kragt tegen AC aanduidt,

$$\begin{array}{l} \text{is } 2C : 2K = 1 : 2 \\ \text{en } 2K : k = BC : AC = 2 : \sqrt{2}. \text{ 3 V. 1 Gev.} \\ \hline \text{dus } 2C : k = 1 : \sqrt{2}. \end{array}$$

XXXVII. VOORSTEL.

Alle regelmaatige Prismas, Pijramiden en Kegels zo geplaatst zijnde, dat derzelver asfen evenwijdig met den loop des ftrooms liggen, is de kragt des regthoekigen fchoks tegen de grondvlakte tot die des fchuinen fchoks tegen de oppervlakte als de Radius tot de finus van den hoek, die de rigting der vloeiftof met de oppervlakte maakt.

Bewijs. Fig. 50. Van het Prisma AEB

is AC + BC : AB = BC : BD = Rad. : ſin. ∠BCD
BF = BF

□AE + □BE : □ABFG = Rad. : ſin. ∠BCD.

Fig. 49. Van den Kegel is BC : BD = Rad. : ſin. ∠BAC
met ½ omt. AFEB vermenigvuldigd

---

is AFBEC : ⊙AB = Rad. : ſin. ∠BAC.

Op dezelfde wijze wordt dit ook van de Pijramiden beweezen, te weeten: dat in alle deeze ligchaamen de vlakken tot elkander zijn in de omgekeerde reden van de Sinusſen der hoeken die de rigting van de vloeiſtof met de vlakken maakt: dus ſtaan de kragten tot elkander in de regte reden van gemelde Sinusſen (35 V. 6 Gev.) dat is, de kragt des regthoekigen ſchoks tegen de grondvlakte is tot die des ſchuinen ſchoks tegen de oppervlakte als de Rad. tot de ſinus van den hoek, die de rigting der vloeiſtof met de oppervlakte maakt.

XXXVIII. VOORSTEL.

De kragt des ſchoks eener vloeiſtof tegen de oppervlakte eener Globe ſtaat tot die welke tegen het grondvlak van derzelver omgeſchreeven Cijlinder uitgeoefſend wordt als 2 : 3.

Bewijs. Fig. 51. Zo GI de ruimte zij die de vloeiſtof in een' bepaalden tijd doorloopt, en dus evenredig aan de ſnelheid, of aan de kragt die de vloeiſtof regthoekig tegen het punt G uitoeffent, zal GH de ſchuine kragt tegen het punt H van den omtrek zijn; want OH de raaklijn van 't punt H zijnde, is ∠OHG = ∠GCH,

∠GCH, de hoek die de rigting der vloeistof met het punt H maakt: derhalven CH of GI : GH = Rad. : sin. ∠OHG, dus GH de schuine kragt tegen het punt H. Op dezelfde wijs is KL de schuine kragt tegen het punt L, en NK die tegen het punt P. Derhalven is de som van alle Sinussen in 't quadrant OCD de gansche kragt tegen den omtrek OHD; terwijl OC × CD = OCDE de gansche kragt tegen de lijn OC is. Daar nu door de omwenteling van het quadrant OCD eene halve Globe, en door die van 't □OCDE een Cijlinder wordt beschreeven, zal de som van al de Sinussen uit de oppervlakte der halve Globe getrokken, en de halve Globe uitmaakende, evenredig zijn aan de grootheid der schuine kragt tegen derzelver oppervlakte; en de som van al de lijnen CD, NK enz. die de inhoud der Cijlinder uitmaaken, zal aan de regthoekige kragt tegen de Cijlinder evenredig zijn. Daar nu de inhoud eener halve Globe staat tot die haarer omgeschreeven Cijlinder als 2 : 3, moet dus de schuine kragt die de vloeistof tegen de oppervlakte der Globe oeffent staan tot die, met welke zij tegen het grondvlak der Cijlinder aanbotst, als 2 : 3.

VIJFDE HOOFDDEEL.

Over de daadelijke Botzing eener onbepaalde vloeistof tegen ligchaamen, die in dezelve bewoogen worden.

XXXIX. VOORSTEL.

De kragten des schoks tegen gelijke vlakken zijn tot elkander als de vierkanten der snelheden.

Bewijs. I. Omtrent den regthoekigen fchok tegen platte vlakken.

Volgens de eerfte en tweede proef van Bosfut Tafel VII. werd een regthoekig Parallelepipedum langs de lengte van 50 voet in 43,70 halve feconden bewoogen door middel van een gewigt van 12 halve ponden; terwijl hetzelve door 16 halve ponden dezelfde lengte in 38,37 halve feconden doorliep.

Vermits nu, als een ligchaam dezelfde lengte in verfchillende tijden gelijkmaatig doorloopt, de fnelheden in de omgekeerde reden der tijden zijn, is

$$T : t = s : S. \quad \text{I. B. 14 V. 2 Gev.}$$

$$\text{en } T^2 : t^2 = s^2 : S^2$$

$$s^2 : S^2 = k : K. \quad \text{3 V.}$$

$$\text{dus } T^2 : t^2 = k : K$$

$$\text{en } \overline{38,37}^2 : \overline{43,70}^2 = 12 : K$$

of $K = 15,56$ halve ponden, 't welk iets minder dan 16 is.

II. Omtrent den fchuinen fchok tegen platte vlakken.

Volgens de vijfde en zesde proef van Bosfut Tafel VII. werd het Parallelepipedum voorzien van een driehoekig voorfteven, wiens grondzijde 1 voet en hoogte 2 voet was, en ter diepte van 1 voet ingezonken. Hetzelve werd bewoogen langs de lengte van 50 voet in 30,80 halve feconden door middel van een gewigt van 12 halve ponden; terwijl hetzelve door 16 halve ponden dezelfde lengte in 27,25 halve feconden doorliep.

Dus

Dus $\overline{27,25}^2 : \overline{30,80}^2 = 12 : x$

en $x = 15,33$ halve ponden.

III. Omtrent den ſchok tegen ronde vlakken.

Volgens de agtentwintigſte en negenentwintigſte proef van Boſſut Tafel VII. werd een Parallelepipedum van 6 voet 1 duim lengte, en 19 duim 8 lijn breedte, voorzien met een ronden voorſteven, met een gewigt van 12 halve ponden in 44,00 halve ſeconden, en met 16 halve ponden in 38,50 halve ſeconden langs de lengte van 50 voet bewoogen.

Dus $\overline{44,00}^2 : \overline{38,50}^2 = 16 : x$

en $x = 12,25$ halve ponden.

XL. VOORSTEL.

Met groote ſnelheden vermeerdert echter de weêrſtand in wat grooter reden dan de vierkanten der ſnelheden.

Bewijs. Dewijl het water, dat zich voor het ligchaam bevindt, zo ras niet kan wegwijken als het ligchaam bewoogen wordt, moet 'er voor hetzelve eene ophooging van vloeiſtof gebooren worden, die des te grooter is naar maate het ligchaam met grooter ſnelheid bewoogen wordt: dus wordt de geſchokte oppervlakte grooter en de kragt des ſchoks daardoor vermeerderd. De vergelijking van elk vijftal proeven in de derde Colom van Tafel VII, toont duidelijk hoe zeer de ophooging van 't water met de vermeerdering van deszelfs ſnelheid vergroot.

Hierbij komt nog dat het water aan de agterzijde van het ligchaam beneden het waterpas daalt, waardoor hetzelve tegen den weêrſtand van vooren des te minder tegendrukking heeft; hetwelk dus de kragt des ſchoks nog meer vergroot.

XLI. VOORSTEL.

Met gelijke ſnelheden zijn de kragten des ſchoks tegen verſchillende vlakken in reden van de grootheid deezer vlakken.

Bewijs. I. Als de vlakken even diep ingezonken zijn.

Volgens de twaalfde proef van Bosſut werd een Parallelepipedum, zijnde 6 voet lang, 2 voet breed en 1 voet diep in 't water, bewoogen door een gewigt van 40 halve ponden in 34,80 halve ſeconden door de lengte van 50 voet. Derhalven is deszelfs ſnelheid even groot als in de derde proef, in welke het ligchaam dezelfde lengte in 34,75 halve ſeconden afliep, door een gewigt van 20 halve ponden.

Daar nu de breedte van het eerſte Parallelepipedum 2 voet, en die van het tweede 1 voet was, zijn hunne oppervlaktens tot elkander als 2 : 1.

Derhalven 2 : 1 = K : k = 40 : 20.

II. Als de vlakken tot verſchillende dieptens zijn ingezonken.

Volgens de negentiende en vierentwintigſte proef van Bosſut werd een Parallelepipedum, wiens breedte was 19 duim 8 lijn, en lengte 6 voet 1 duim, en 12 duim $5\frac{1}{2}$ lijn diep in 't water, bewoogen door een gewigt van 20 halve ponden langs de lengte van 50 voet in

46,05

46,05 halve feconden; terwijl hetzelve 15 duim 10 lijn diep zijnde, in 46,50 halve feconden langs dezelfde lengte door een gewigt van 24 halve ponden bewoogen werd.

Dus zijn hier de gefchokte vlakken tot elkander als 12 duim $5\frac{1}{2}$ lijn : 15 duim 10 lijn = 1 : 1,27.

Derhalven is 1 : 1,27 = 20 : x

en x = 25,40 halve ponden.

hetwelk flegts 1,4 half pond meer is dan volgens de Ondervinding.

I. Gevolg. Uit vergelijking van de Theorie met de ondervinding volgt echter, dat de weêrftanden van vlakken, tot gelijke diepte ingezonken zijnde, in een wat grooter reden dan de grootheid der vlakken vermeerderen.

Omdat hoe grooter de breedte van een vlak is, des te grooter wordt de ophooging van 't water voor 't vlak, wijl de deelen zo gemakkelijk niet kunnen wegwijken; en dus wordt daar door de weêrftand vermeerderd. Als men de vier eerfte proeven van Bosfut van Tafel VII. vergelijkt met die van 9 tot 13, ontdekt men dat de ophooging tegen het vlak van 2 voet breedte onder gelijke fnelheid beftendig grooter is dan tegen dat van 1 voet, hetwelk de weêrftand dus ook grooter doet zijn.

Hetzelve is ook blijkbaar uit de verloopene tijden, die voor het breede vlak in wat grooter reden dan de kragten zijn. Men vindt dus bij voorbeeld in de tweede en elfde proef dat, met eene genoegzaame gelijke fnelheid

heid van 38 halve feconden de ophooging tegen het vlak van 1 voet breedte is 26 lijn, en tegen dat van 2 voet is 36 lijn. Echter is de tijd van 38,80 halve feconden in de elfde proef iets meer dan de tijd van 38,37 halve feconden in de vierde proef; niet tegenftaande de eene kragt 32 juist het dubbeld is van de andere 16.

II. Gevolg. Uit dezelfde vergelijking van de Theorie met de Ondervinding volgt ook dat, als gelijke vlakken tot verfchillende diepte ingezonken zijn, de weêrftanden integendeel in een wat kleiner reden dan de grootheid der ingedompelde vlakken vermeerderen.

Wijl door de diepere inzinking het geftopte water beter kan wegwijken, waardoor de ophooging bij 't dieper ingezonken vlak minder is dan bij 't andere. Hetzelve blijkt ook uit het voorgaande voorbeeld, waarin de weêrftand 1,4 halve pond minder is volgens de Ondervinding dan, overeenkomftig de grootheid der vlakken, volgens de Theorie vereischt wordt.

III. Gevolg. Dus moeten de ligchaamen, die geheel in de vloeiftof gedompeld zijn minder weêrftand ondervinden dan die, welken flegts ten deele zijn ingezonken, de gefchokte vlakken en fnelheden gelijk zijnde.

XLII. VOORSTEL.

De kragt der Botzing eener onbepaalde vloeiftof tegen een ligchaam, dat zich in dezelve beweegt, is genoeg-

noegzaam gelijk aan 't gewigt eener Colom vloeiſtofs, die tot grondvlak de geſchokte oppervlakte heeft, en tot hoogte die welke met de ſnelheid der vloeiſtof overeenkomſtig is.

Bewijs. In de elfde proef van Tafel VII. vindt men dat een Parallelepipedum, wiens voorvlak 2 voet breed en 1 voet diep in 't water was, met een kragt van 32 halven of 16 heele ponden bewoogen werd door de lengte van 50 voet in 38,80 halve of 19,4 geheele ſeconden.

Nu is $S = \sqrt{2HZ.}$ I. B. 27 V.

derhalven $\frac{S^2}{2Z} = H.$

Dat is, de hoogte overeenkomſtig de ſnelheid is gelijk aan het vierkant der ſnelheid door de dubbele zwaartekragt gedeeld.

Derhalven $\frac{50}{19,4} = 2,58 = S.$

en $\frac{6,65640}{60,4} = \frac{S^2}{2Z} = 1,1025 = H.$

De geſchokte oppervlakte nu was 2 voet breed, en 1 voet diep onder water: derhalven is de kragt des ſchoks $= 1,1025 \times 2 \times 70$ (*) $= 15,435$ of $15\frac{2}{5}$ ponden; hetwelk ſlegts $\frac{1}{2}$ pond met de ondervinding verſchilt.

I. Aan-

(*) Een Cubicq voet waters volgens de Parijſche maat weegt 70 ponden.

I. Aanmerking. In deeze bereekening der volstrekte kragt van botzing zoude nog in aanmerking behooren genoomen te worden de weêrstand der lugt, de wrijving der vloeistof en de ongelijke hoogte van 't water voor en agter het ligchaam. Dan de twee eersten zijn zo gering in vergelijking van de kragt des schoks, dat zij in geene aanmerking komen. En ten opzichte van de verschillende hoogte van 't water voor en agter het vlak, merkt Bossut aan: dat, als men stelt dat de daaling van 't water agter het vlak de $\frac{2}{3}$ is van derzelver rijzing voor 't vlak, dat is, dat de ophooging tegen het midden van 't vlak het $\frac{5}{3}$ gedeelte van de waargenoome ophooging is, zo dat de geschokte oppervlakte daar mede vergroot wordt; dan de bereekende kragt der Botzing zeer na met de Ondervinding overeenstemt.

II. Aanmerking. Als de ligchaamen zich in naauwe Canaalen beweegen, zal het verschil tusschen de Theorie en de gevonde kragt der Botzing grooter zijn: vermits hier 't water noch ter zijde, noch onder het ligchaam kunnende wegwijken, den weêrstand zeer veel vermeerdert.

XLIII. VOORSTEL.

De volstrekte kragt eenes schuinen schoks is volgens de Theorie minder dan dezelve door de Ondervinding ontdekt wordt.

Bewijs. Volgens de elfde en dertiende proef van Tafel VII. ontving het Parallelepipedum, ter diepte van 1 voet ingezonken zijnde, den regthoekigen schok op deszelfs vierkant voorsteven van 2 voet breedte, wordende door een gewigt van 32 halve ponden in 38,80 hal-

halve seconden langs de lengte van 50 voet bewoogen; terwijl hetzelve voorzien zijnde van eenen driehoekigen voorsteven, wiens hoogte 2,5 voet en grondvlak 2 voet was, langs dezelfde lengte in 36,62 halve seconden door het gewigt van 16 halve ponden bewoogen werd.

De snelheden hier ongelijk zijnde, laat S de snelheid des regthoekigen schoks K = 32 halve ponden, en s die van den schuinen schok C zijn, dan is Fig. 48.

$$K : C = 4\,AC^2 \times S^2 : BC^2 \times s^2. \quad 24\ V.$$
$$\text{en } S^2 : s^2 = t^2 : T^2.\ I.\ B.\ 14\ V.\ 2\ Gev.$$

$$\text{dus } K : C = 4\,AC^2 \times t^2 : BC^2 \times T^2.$$

BC nu = 2 voet, en AD = 2,5 voet zijnde, is AC = 2,7 voet.

$$\text{derhalven } K : C = 4 \times \overline{2,7}^2 \times \overline{36,62}^2 : \overline{2}^2 \times \overline{38,80}^2$$
$$\text{en } C = 12,44 \text{ halve ponden.}$$

I. Gevolg. Daar de overeenkomst tusschen de kragten van Botzing dezelfde is voor alle vlakken als tusschen de vierkanten der snelheden, moet de afwijking der Theorie van de Ondervinding voor den schuinen schok daaruit gebooren worden, dat deszelfs kragten niet in dezelfde reden zijn als de vierkanten van de sinussen der hoeken van Botzing.

II. Gevolg. Dus zal de afwijking ook des te grooter zijn, naar maate de rigting des schoks van de regthoekige rigting meerder afwijking heeft.

XLIV. VOORSTEL.

De volstrekte kragt des schoks tegen ronde vlakken wordt daarentegen volgens de Theorie grooter gevonden dan zij bij de Ondervinding ontdekt wordt.

Bewijs. Volgens de tweeëntwintigste proef van Tafel VII. werd een Parallelepipedum, wiens lengte was 6 voet 1 duim, breedte 19 duim 8 lijn, en ter diepte van 12 duim $5\frac{1}{2}$ lijn in 't water gezonken, geschokt tegen deszelfs platten vierkanten voorsteven, en doorliep de lengte van 50 voet in 35,18 halve seconden door een gewigt van 35 halve ponden; terwijl hetzelve volgens de dertigste proef van een ronden voorsteven voorzien en tot gelijke diepte ingezonken zijnde, dezelfde lengte door een gewigt van 20 halve ponden in 35,40 halve seconden doorliep.

Dewijl nu dezelfde lengte in denzelfden tijd van 35 halve seconden doorloopen wordt, zijn de snelheden gelijk, en de kragten zijn tot elkander als 35 : 20 of 3 : $1\frac{5}{7}$, daar dezelven volgens 't 22ste Voorstel zijn moesten als 3 : 2.

ZESDE HOOFDDEEL.

Over de Botzing der Golven.

I. BEPAALING.

Eene Golf is eene hoeveelheid waters, die zich boven de Oppervlakte in eene schuine rigting verheft, en vervolgens in eene schuine rigting tot dezelfde diepte weder nederdaalt.

II. BEPAALING.

De hoogte der Golf is de loodlijn, die uit derzelver hoogste punt op de oppervlakte van 't water valt. De lengte is de afstand die 't laagste punt der holte tot het toppunt heeft. En derzelver breedte is de uitgestrektheid op welke de Golf rust.

XLV. VOORSTEL.

De Golven bewegen zich met eene gelijkmaatige beweeging.

Bewijs. Fig. 56. Het water door eenige kragt aangezet zijnde tot dat hetzelve van de oppervlakte A tot het punt B geklommen is, daalt door deszelfs zwaarte in eene gelijke schuine rigting weder neder, en verkrijgt daar door het vermogen om het onderliggende water weder tot dezelfde hoogte D op te persen;

hetwelk dan met gelijke kragt neder daalt en het onderliggende op dezelfde wijs en met dezelfde kragt doet rijzen. Derhalven moeten de rijzing en daaling gelijktijdig geschieden, en de breedtens der Golven AC, CE, EG in gelijke tijden doorloopen worden.

XLVI. VOORSTEL.

De beweeging eener Golf is overeenkomstig met de schommelende beweeging, die het water in eene omgebooge pijp heeft.

Bewijs. Fig. 54. Als men onderstelt dat het water in de pijp ADEG in rust zijnde, en dus eene waterpasse vlakte maakende, door zekere oorzaak genoodzaakt wordt van I tot F te daalen, en dus van B tot A te rijzen, dan wordt de Colom CDEF door het gewigt van de Colom AC gedrukt, zo dat het water dan in F weder rijzen en in A daalen moet. Het water weder tot B gedaald en tot I geklommen zijnde, zou weder in evenwigt en in rust moeten zijn, had hetzelve door den val langs AB niet eene snelheid verkreegen om nog tot gelijke hoogte IG te klimmen, en dus ook aan de andere zijde tot C te daalen. Deeze meerdere hoogte FG boven het oppervlak van het water aan de andere zijde in C doet derhalven op nieuws het water daalen, en tot A in denzelfden tijd, in welken hetzelve te vooren tot G gereezen was, weder klimmen: derhalven ontstaat 'er eene beurtelingsche rijzing en daaling in gelijke tijden, overeenkomstig met de beweeging eener Golf.

I. Gevolg. De kragt die de schommelende beweeging veroorzaakt staat tot het gewigt der geheele

wa-

water-Colom als de daaling van 't water tot de lengte der Colom. Of (*) g : G = AC : BDEI.

Want het water wordt in de pijp bewoogen door het verschil der gewigten van het water in de beide armen, dat is, door het gewigt der Colom AC: dus is de kragt, die de schommelende beweeging voortbrengt, gelijk aan 't gewigt der water-Colom AC, die tot het gewigt der geheele Colom staat als AC tot BDEI: derhalven is g : G = AC : BDEI.

II. Gevolg. Dus geschieden de schommelende beweegingen in de pijp in gelijke tijden.

Want g : G = AC : BDEI zijnde, en deeze laatste lengte steeds dezelfde blijvende, is de kragt, die de schommelende beweeging voortbrengt, steeds evenredig aan de doorgeloopene lengtens.

XLVII. VOORSTEL.

Het water volbrengt haare schommelende beweeging in denzelfden tijd, in welken een slinger, wiens lengte aan de halve lengte der water-Colom gelijk is, zijne slingeringen volbrengt.

Bewijs. Fig. 54. en 55. Laat de lengte des slingers OP gelijk aan de halve lengte der water-Colom BDEI zijn, en de halve boog der slingering, die dezelve door-

(*) g duidt aan de kragt die de schommelende beweeging veroorzaakt, en G het gewigt der geheele water Colom.

doorloopt, gelijk aan de halve hoogte AC, die de water-Colom daalt: dan is

$$g : G = AC : BDEI = AB : \tfrac{1}{2}BDEI = PQ : OP$$
$$\text{en } k : K \;=\; PQ : AQ \;=\; PQ : OP.\ \text{I. B. 52 V.}$$
$$\text{dus } g : k = G : K.$$

Derhalven wordt het water en de flinger door gelijke kragt bewoogen, en moeten dus hunne beweegingen in gelijken tijd verrigten.

Gevolg. Wijl kleine Cirkelboogen met den Roltrek overeenkomen, is dit ook op dezelven toepasselijk.

XLVIII. VOORSTEL.

Een Golf doorloopt haare breedte in denzelfden tijd dat een flinger, die tweemaal de lengte der Golf heeft, eenmaal flingert.

Bewijs. Fig. 54. en 55. Daar de beweeging der Golf overeenkomftig is met de fchommelende beweeging van 't water in een pijp, die in denzelfden tijd gefchiedt in welken een flinger, welkers lengte gelijk aan de halve water-Colom is, zijne flingeringen volbrengt, moet ook de beweeging der Golf overeenkoomen met die eenes flingers, welke de halve lengte der Golf AB heeft; want AB is de lengte der Colom waters die in beweeging is, en die dus overeenkomt met de water-Colom BDEI in de pijp. Derhalven zullen de bovenfte deelen der Golf van B tot in C daalen in den tijd dat gemelde flinger ééne flingering doet, en in eene tweede flingering zullen zij weder tot D rijzen: dus gefchieden 'er twee flingeringen in den tijd

van ééne golving. Derhalven moet een ſlinger, die in den tijd van ééne golving maar ééne ſlingering zou doen, viermaal langer zijn, en dus gelijk aan tweemaal de lengte van de Golf.

Gevolg. De ſlinger is dus het middel waar door de kragt der Golven bekend wordt.

Want door den ſlinger, die aan tweemaal de lengte der Golf, gelijk is, wordt de tijd bekend in welken eene Golf haare breedte afloopt, die weder uit haare lengte en hoogte gevonden wordt. De tijd derhalven bekend zijnde, vindt men hierdoor de ſnelheid met welke de Golf haare breedte afloopt; en uit deeze ſnelheid de hoogte die met dezelve overeenkomſtig is: welke hoogte met de geſchokte oppervlakte en zoortelijke zwaarte van 't water vermenigvuldigd, de grootheid des ſchoks geeft.

I. Aanmerking. Het is echter duidelijk dat deeze bereekening geene juiſte overeenkomst met de waare kragt der Golven hebben kan, maar ſlegts eene naderende bepaaling tot dezelven is: vermits in de Theorie de beweeging eener Golf met de ſchommelende beweeging van 't water in eene pijp volmaakt overeenkomſtig onderſteld is; hetwelk echter geen plaats heeft; vermits de waterdeelen in de pijp zich in eene regte lijn en die der golf zich in eene kromme lijn beweegen.

II. Aanmerking. De Heer Silberſchlag heeft daarom eenen anderen weg ter bepaaling van de kragt der Golven ingeſlaagen. De kragt, zegt hij, die een Golf tot eene bepaalde hoogte verheft, is gelijk aan de drukking van eene hoeveelheid waters, welke

dezelfde grondvlakte en hoogte heeft als de Golf. De drukking nu die het vlak, op welk zulk eene hoeveelheid waters rust, ondergaat is gelijk aan die vlakte vermenigvuldigd met de hoogte van 't water boven dezelve: derhalven moet de kragt, die de Golf opheft, gelijk zijn aan de kragt der drukking van de hoeveelheid waters die de Golf uitmaakt.

E I N D E.



THEORIE
VAN DE
BOTZING
DER
VLOEISTOFFEN,
AFGELEID UIT DE
PROEVEN
VAN DEN
RIDDER DU BUAT.

EERSTE HOOFDDEEL,

Over de volstrekte botzende kragt eener stroomende vloeistof tegen een rustend ligchaam, in dezelve gedompeld.

I. VOORSTEL.

Indien eene bepaalde hoeveelheid vloeistofs, binnen vaste wanden of in eene onbepaalde vloeistof bevat zijnde, met eene bepaalde snelheid bewoogen wordt, zal de drukking, die zij te voren tegen de wanden of vloeistof oeffende, verminderd worden door die welke uit haare beweeging voortkomt.

Bewijs. Volgens de proefneeming van Buat werd eene verticaale buis van 18 duimen middenlijn, en welke aan 't onderste einde horizontaal was omgebogen op 13 duimen lengte, onder het water gedompeld 15 duimen beneden derzelver oppervlakte, en met eene snelheid van 59,2 duimen per seconde zijdwaards bewoogen: en de vloeistof daalde in de verticaale pijp 8 lijn beneden het oppervlak des strooms, welke hoogte omtrent met de snelheid van 59,2 duim overeenkomstig is (*).

II. VOOR-

(*) Buat Principes d'Hydraulique Tom. II. §. 473.

II. VOORSTEL.

Een ſtroom loopt ſneller rondom een hinderpaal dan daar zij een vrijen loop heeft.

Bewijs. Dit bevestigt de dagelijkſche Ondervinding.

III. VOORSTEL.

De kragt des ſchoks van 't water is ongelijk op verſchillende punten van dezelfde vlakte, en vermindert van 't middenpunt naar den omtrek.

Bewijs. De Vloeiſtof tegen het vlak aanſtroomende, wordt in derzelver beweeging geſtuit, neemt eene andere rigting aan, en beweegt zich evenwijdig langs het vlak: deeze beweeging nu wordt ſneller naar maate deeze vloeiſtof de randen van het vlak nadert (2 V.) vereenigende zich daar met die deelen, welken reeds op eenigen afſtand van 't vlak begonnen zijn af te wijken. Derhalven wordt de ſnelheid der beweeging tegen het vlak verminderd door de beweeging langs het vlak, en de drukking, die uit den ſchok ontſtaat, neemt af overeenkomſtig de ſnelheid met welke de vloeiſtof zich evenwijdig aan het vlak beweegt (1 V.). Deeze ſnelheid nu van 't midden naar den omtrek van 't vlak toeneemende, is de vermindering van de kragt des ſchoks, en dus de ſchok zelfs ongelijk op verſchillende punten van dezelfde vlakte.

Dit voorſtel werd door de proeven van Buat op deeze wijze bevestigd (*). Hij nam een doos ter breedte van

(*) Buat l. c. §. 442.

van 10 duimen, hoogte 14 duimen en ter dikte van 4 duimen, welke door middel van een stok, langs welke zij op en neder schoof in 't water kon vastgezet worden. Het vlak van vooren had 13 openingen, elk van 6 lijn diameter, geplaatst op die wijze als in Fig. 52. verbeeld is. Deeze doos nu werd in een stroom geplaatst, zo dat de bodem 8 duim 4 lijn beneden het oppervlak van 't water was, en de snelheid des strooms op de diepte van 't gat g, 42,1 duim per seconde bevonden werd. Het water nu moest in deeze doos boven het oppervlak des strooms opklimmen, om evenwigt tegen den schok te maaken; doch bij de waarneemingen bleek het dat de hoogtens, tot welken hetzelve klom, verschillend waren, naar maate men verschillende gaten opende.

Het gat g in 't midden alleen geopend zijnde, was de hoogte	3 duim 4 lijn.
Eén of beide, f, h, ter zijden het middenste	2 duim 5 lijn.
Eén of beide, i, k, onder het middenste	3 duim 5 lijn.
Het middenste gat m in de onderste rij.	2 duim 1 lijn.
De gaten op de hoeken l en n . . .	1 duim 6 lijn.

IV. VOORSTEL.

De kragt des schoks vermindert niet alleen naar den omtrek, maar wordt zelfs op zeekeren afstand nul en aan den omtrek negatif.

Bewijs. (*) Dezelfde waarneemer nam eene vierkante doos,

(*) Buat §. 449.

doos, welker zijden 1 vierkante voet groot en bijna 4 lijn dik waren, en plaatſte boven aan een pijp om de water-Colom, die met den ſchok evenwigt zou maaken, af te meeten. Hij doorboorde het vlak van vooren met 5 gaten, gelijk in Fig. 53. te zien is: a in 't midden, b in 't midden tusſchen a en den rand AB, c op 10 lijn afſtand van AB, d digt tegen den rand, en e in den hoek.

De doos werdt 9 duim onder het oppervlak eenes ſtrooms geplaatst, die 36 duim ſnelheid per ſeconde had. De hoogte der water-Colom, die met den ſchok evenwigt maakte, was

als a alleen geopend werd	23,8 lijn.
b alleen geopend zijnde	27,8 lijn.
c alleen geopend zijnde	20,8 lijn.
d alleen geopend zijnde	—5,5 lijn.
e alleen geopend zijnde	—8,6 lijn.
en allen te gelijk geopend zijnde . . .	17,0 lijn.

Gevolg. Hieruit volgt dat de ſnelheid, met welke het water langs het vlak glijdt, aan den rand grooter zijn moet dan die, met welke hetzelve tegen het vlak aanbotst.

V. VOORSTEL.

De verſchillende lengte der ligchaamen heeft geen invloed op de kragt des ſchoks.

Bewijs. (*) De doos, die met 5 gaten voorzien was; werd

(*) Buat §. 454. en volgenden.

werd nu met 625 gaten (de eersten toegestopt zijnde) doorboord, zo dat 'er 25 op eene rij waren, en vervolgens aan den stroom blootgesteld zijnde, en al de gaten geopend hebbende, was de hoogte, die met den schok evenredig was. . . . . 28,3 lijn.

Deeze doos voor een Cubus van 1 voet geplaatst zijnde, was de hoogte der Colom 29,2 lijn.

Dezelfde doos geplaatst voor het grondvlak van een Parallelepipedum, die 3 voet lengte en 1 vierkante voet grondvlak had, was de hoogte der Colom . . . . 28,4 lijn.

I. Aanmerking. Volgens andere proefneemingen van Buat zou de verschillende lengte der ligchaamen eenen aanmerkelijken invloed op de Negative drukking hebben; doch hij meent reden te hebben om dit verschil aan de moeielijkheid der waarneeming van de Negative drukking toe te schrijven.

II. Aanmerking. Niet tegenstaande het vlak van waarneeming met 625 gaten doorboord was, kan men echter de gevonde drukking tegen hetzelve niet aanmerken als de waare middenbaare drukking tegen een geheel vlak; nadien de openingen zo klein waren, dat ze nog geen $\frac{1}{50}$ gedeelte van de geheele uitgebreidheid uitmaakten; echter kan men dezelve gemakkelijk uit de gevonde drukking afleiden.

VI. VOORSTEL.

De hoogte, die overeenkomstig is met de kragt des schoks tegen het vlak van een Prismatisch ligchaam, is gelijk aan 1,186 maal de hoogte, die overeenkomstig is met de snelheid des strooms.

Be-

Bewijs. Daar volgens de proeven van 't vierde Voorstel is gebleeken dat de Colom der drukking 20,8 lijn was op eenen afstand van 10 lijn van den rand, en — 5,5 tegen den rand aan, volgt dat het punt waar de drukking o is omtrent op eenen afstand van 2 lijn van den rand zijn zou. Vermits nu het vlak van 625 gaten 1 vierkante voet groot was, en rondom eene ruimte van 3 lijn aan den rand was gelaaten, welke niet doorboord was, maakt deeze ruimte het $\frac{1}{12}$ gedeelte van 't vlak uit. Derhalven zou men de hoogte der Colom $\frac{1}{12}$ gedeelte moeten verminderen, zo de drukking aan den rand zelfs o geweest was; doch daar die reeds negatif was, moet de vermindering iets grooter zijn en kan dus op $\frac{1}{10}$ gedeelte gerekend worden. Bijgevolg wordt de Colom der drukking tegen het vlak van 625 gaten van 28,4 lijn (5 V.) vermindert op 25,5 lijn, om de middenbaare drukking tegen het geheele vlak te hebben. De hoogte die met de snelheid van 36 duim per seconde overeenkomt is 21,5 lijn, dus

$$\text{is } (^*) \; H : h = 25{,}5 : 21{,}5$$
$$\text{of } H : h = 1{,}186 : 1$$
$$\text{derhalven } H = 1{,}186\, h \; (\dagger).$$

Aanmerking. Dit wordt ook juist overeenkomstig bevonden met een doos van 81 gaten, tegen welke de kragt des schoks gelijk was aan de drukking eener water-Colom van 30,8 lijn.

I. BE-

(*) H duidt aan de hoogte overeenkomstig den schok, en h die welke met de snelheid overeenkomt.

(†) In dit en volgende Voorstellen is de Fransche maat gebruikt.

I. BEPAALING.

De Rijzing der vloeiſtof is de ophooging van dezelve boven het waterpas tegen het vlak aan, als de vloeiſtof of het vlak of beide tot elkander bewoogen worden.

VII. VOORSTEL.

Met gelijke ſnelheid van ſtroom en gelijke ingedompelde deelen van twee vlakken wordt de Rijzing grooter naar maate de oppervlakte breeder is.

Bewijs. De Rijzing van 't water boven derzelver oppervlakte wordt veroorzaakt door dat het vlak de beweeging der waterdeelen ſtuit, waardoor dezelven gedwongen worden om langs het vlak weg te glijden; doch daar dit zo oogenblikkelijk niet geſchieden kan, worden de waterdeelen tegen het vlak opgehoogd: naar maate nu het vlak breeder is, wordt het wegwijken der waterdeelen des te moeielijker, en dus moet de Rijzing des te grooter zijn.

Gevolg. Dus moet in deeze onderſtelling de weerſtand in grooter reden dan de oppervlaktens aangroeien.

Want de Rijzing der vloeiſtof vermeerdert de grootte der geſchokte oppervlakte, en de ſnelheid des ſtrooms blijft daarentegen dezelfde.

VIII. VOORSTEL.

Met gelijke ſnelheid van ſtroom en gelijke breedte

der vlakken is de Rijzing der vloeiſtof evenredig aan de diepte der ingedompelde deelen.

Bewijs. Vermits de geſtuite waterdeelen des te gemakkelijker kunnen wegwijken, hoe dieper het vlak ingedompeld is.

Gevolg. Dus is hier de weêrſtand in minder reden dan de grootheid der geſchokte oppervlaktens.

II. BEPAALING.

De Negative *drukking* is de *daaling* van *'t water* beneden derzelver oppervlakte, of de *vermindering* van drukking die agter het vlak bij de botzing plaats heeft.

IX. VOORSTEL.

Een ligchaam, tegen welk eene *vloeiſtof met eenige* ſnelheid aanſtroomt, heeft van agteren eene Negative drukking.

Bewijs. De vloeiſtof tegen een ligchaam aanbotzende, en ter zijde de hinderpaal met grooter ſnelheid loopende dan daar 't een' vrijen loop heeft (2 V.) verſpreidt zich van het voor-vlak van 't ligchaam in afwijkende rigtingen, doch wordt vervolgens door de omringende vloeiſtof geſtuit, en haare rigting verandert, zo dat haare deelen eerst eene evenwijdige beweeging verkrijgen, en vervolgens zich agter het ligchaam werpen en aldaar zamenkomen. Door deeze tot elkander naderende beweeging agter het vlak neemen zij de daar agter liggende vloeiſtof met zich, en maaken daar

door

door haare oppervlakte laager dan die anders zijn, zou, wanneer de vloeistof in rust was.

X. VOORSTEL.

De Negative drukking agter een vlak vermindert van den omtrek naar 't middenpunt.

Bewijs. (*) De Negative drukking wordt gevonden

van het vlak met 5 gaten. . . . . . 15,0 lijn.
van het vlak met 625 gaten. . . . 13,1 lijn.
van het vlak met 81 gaten. . . . . 12,2 lijn.

Vermits nu het vlak met 5 gaten zijne openingen naar evenredigheid meer naar den rand had dan dat van 625, en ook te gelijk grooter Negative drukking; daarentegen het vlak van 81 gaten minder openingen naar den rand dan het tweede en ook minder Negative drukking: is de Negative drukking grooter aan den omtrek dan aan 't middenpunt, en dezelve vermindert dus van den omtrek naar 't middenpunt.

I. Gevolg. Dus is de vermindering der Negative drukking agter het vlak in de tegengestelde orde van de vermindering der drukking voor het vlak.

II. Gevolg. Om derhalven de volstrekte Negative drukking tegen het vlak van 625 gaten te hebben, moet de gevonde Colom der Negative drukking nog iets vermeerderd worden.

Dit

(*) Buat §. 462.

Dit wordt ook door Buat op $\frac{1}{10}$ gedeelte gereekend, zo als in 't 6 Voorstel.

XI. VOORSTEL.

De verschillende lengte der ligchaamen vermindert aanmerkelijk de Negative drukking.

Bewijs. Indien het ligchaam kort is, kunnen de deelen der vloeistof, zich van vooren van elkander verwijderende, met eene genoegzaame snelheid zich agter het ligchaam werpen en daar zamenkomen; doch zo het ligchaam lang is, verliezen zij te veel van hunne snelheid, door hunne werking op de omringende vloeistof langs de zijden des ligchaams (*).

Bij proefneeming werd ontdekt dat de doorboorde doos met 625 gaten aan den stroom blootgesteld zijnde, zo dat de gaten zich van agteren bevonden, derzelver Negative drukking gelijk was aan	13,1 lijn.
De doos agter de Cubus van 1 voet geplaatst zijnde.	5,5 lijn.
En agter het Prisma van 3 voet.	3,0 lijn.

I. Gevolg. Op dat derhalven de Negative drukkingen gelijk zijn, moeten de lengtens der ligchaamen betrekking hebben tot het voor-vlak, dat is, dat zij evenredig zijn aan den vierkants wortel van 't voor-vlak.

II. Ge-

(*) Buat §. 462.

II. Gevolg. In dit geval zijn derhalven de weêrstanden en dus ook de kragten des schoks evenredig aan de oppervlaktens.

XII. VOORSTEL.

De hoogte, die overeenkomstig is met de Negative drukking tegen een zeer dun vlak, is gelijk aan 0,67 maal de hoogte overeenkomstig de snelheid der vloeistof; tegen een Cubus = 0,271 maal de hoogte der snelheid; en de hoogte der Negative drukking tegen een Prisma gelijk aan 0,153 maal de hoogte der snelheid.

Bewijs. De Negative drukkingen, in 't 11 Voorstel opgegeeven, met $\frac{1}{10}$ vermeerderd zijnde (10 V. 2 Gev.) wordt de hoogte, die met de middenbaare Negative drukking tegen een vlak overeenkomt, gelijk aan 14,41 lijn; tegen een Cubus van 1 voet gelijk aan 5,83 lijn; en tegen een Prisma, wiens lengte driemaal zo groot is als 't grondvlak, gelijk aan 3,3 lijn. De hoogte h overeenkomstig de snelheid des strooms van 36 duim, per seconde, is weder $21\frac{1}{2}$ lijn: derhalven

$$H' : h = 14,41 : 21,5$$

of $H' : h = 0,67 : 1$

dus $H' = 0.67\,h$ voor een zeer dun vlak.

$$H' : h = 5,83 : 21,5$$

of $H' : h = 0,271 : 1$

dus $H' = 0,271\,h$ voor de Cubus van 1 voet.

En $H' : h = 3,3 : 21,5$

of $H' : h = 0,153 : 1$

dus $H' = 0,153\,h$ voor 't gemelde Prisma.

 Ge-

Gevolg. Dus is de betrekking tusschen de hoogte der Negative drukking en die der snelheid van de vloeistof voor een zeer dun vlak gelijk aan 0,67; voor een Cubus van 1 voet gelijk aan 0,271; en voor een Prisma, wiens lengte gelijk driemaal de zijde van 't grondvlak is, gelijk aan 0,153.

XIII. VOORSTEL.

De betrekking tusschen de hoogte der Negative drukking en die der snelheid voor andere ligchaamen te vinden.

Oplossing. De betrekkingen tusschen de hoogte der Negative drukking en die der snelheid schijnen tot elkander te zijn in de omgekeerde reden van de Logarithmus der betrekking tusschen de lengte L van 't ligchaam en den vierkants wortel van 't grondvlak O, dat is, in de omgekeerde reden van de Logarithmus $\frac{L}{\sqrt{O}}$, mits men 'er een grootheid, meerder dan de eenheid, bijvoege, opdat de Logarithmus nooit 0 zou worden; vermits anders de Negative drukking oneindig zou zijn.

$\frac{L}{\sqrt{O}}$ is $=0$ voor 't dunne vlak, $\frac{L}{\sqrt{O}}=1$ voor de Cubus en $\frac{L}{\sqrt{O}}=3$ voor het Prisma: hierbij de grootheid 1,42 gevoegd en de Logarithmen van deeze sommen genomen hebbende, zal men vinden 0,152, 0,383, 0,645, welken genoegzaam in de omgekeerde reden der bovengemelde betrekkingen zijn.

Om

Om dus bij voorbeeld de hoogte der Negative drukking te vinden voor een Prisma van 6 voet lengte en 1 vierkante voet grondvlakte, de snelheid der vloeistof dezelfde zijnde.

$$\frac{L}{\sqrt{O}} = 6$$

1,42 het vaste getal.

7,42, wiens Logarithmus = 0,87.

0,87 : 0,152 = 0,67 : x = 0,117.

Derhalven is $H' = 0,117\,h$ voor een Prisma van 6 voet lengte en 1 voet grondvlakte.

Aanmerking. Hetgeen omtrent de Negative drukkingen van ingedompelde ligchaamen gezegd is, moet voor die, welken slegts ten deele ingedompeld zijn, ook plaats hebben, offchoon dezelven voor deeze laatsten nog grooter en onregelmaatiger schijnen.

XIV. VOORSTEL.

Een ligchaam onbeweeglijk gehouden wordende in eene vloeistof, die door derzelver helling eene stroomende beweeging heeft, wordt aangezet door eene versnellende kragt, welke gelijk is aan die van de hoeveelheid vloeistofs, die door 't ligchaam verplaatst wordt, vermenigvuldigd met de grootheid der helling.

Bewijs. De hoeveelheid vloeistofs, die door 't ligchaam verplaatst wordt, werd te voren tot beweeging aangezet door eene betrekkelijke zwaartekragt die aan de grootheid der helling evenredig was, gelijk dit in de hellende vlakken is gebleeken: daar nu het ligchaam

de plaats der vloeiſtof inneemt, moet hetzelve ook door gelijke kragt tot beweeging aangezet worden.

Gevolg. Deeze verſnellende kragt vermeerdert dus de grootheid des ſchoks, zo de vloeiſtof tegen een rustend ligchaam aanſtroomt.

XV. VOORSTEL.

De kragt des ſchoks, met welke eene vloeiſtof met eene bepaalde ſnelheid tegen een plat vlak of tegen de oppervlakte van een Prisma aanbotst, is gelijk aan de ſom der hoogtens van de drukking en Negative drukking met de grootheid van 't vlak en de digtheid der vloeiſtof vermenigvuldigd; bij 't welk dan nog de verſnellende kragt uit de helling der vloeiſtof moet bijgevoegd worden. Of (*) $K = OS\ (H + H') + k$.

Bewijs. De kragt des ſchoks is niet alleen evenredig aan de hoogte der drukking van vooren, die uit den onmiddelijken aanſlag van 't water voorkomt; maar zij is ook evenredig aan de hoogte der Negative drukking; want de drukking van agteren Negatif zijnde, dat is, het water agter het vlak laager ſtaande dan voor hetzelve, heeft het ligchaam van agteren des te minder tegendrukking om met de drukking van vooren

(*) K duidt aan de kragt des ſchoks, O de grootte van 't vlak, S de ſoortelijke zwaarte der vloeiſtof, H en H' de hoogtens die met de drukking van vooren en met de Negative drukking van agteren overeenkomſtig zijn, en k de verſnellende kragt die uit de helling der vloeiſtof voorkomt.

ren evenwigt te maaken: derhalven zal de beweeging des ligchaams daar door des te fneller zijn, en de uitwerking des fchoks vermeerderd worden. Dus is $K = OS \times (H + H') + k$.

Gevolg. Dus wordt de drukking tegen een zeer dun vlak $= OSh\,(1,253)$; tegen een Cubus van 1 voet $= OSh\,(1,457)$; en tegen een Prisma, wiens lengte driemaal zo groot is als de vierkants wortel der gefchokte oppervlakte $= (1,339)\,OSh$. (6 en 12 V.).

I. Aanmerking. De wrijving is hier zo gering, dat het onnodig is dezelve in aanmerking te brengen, vooral zo de lengtens der ligchaamen in geen grooter reden aangroeien dan de vierkants wortels der grondvlakken.

II. Aanmerking. Deeze uit de ondervinding afgeleide Theorie vindt Buat met dezelve zeer wel overeenkomftig (*). Een vlak van 1 voet in 't vierkant 15 duim onder de oppervlakte van 't water geplaatst zijnde, dat met een fnelheid van 36 duim per feconde tegen het vlak aanliep, werd de kragt des fchoks bevonden $= 19,455$ pond; tegen een Cubus van 1 voet $= 15,222$ pond; tegen een Prisma van 3 voet lengte en 1 voet grondvlakte $= 13,875$ pond; en tegen een Prisma van gelijke grondvlakte, maar 6 voet lengte $= 14,27$ pond.

Het water, in welke deeze waarneemingen gefchiedde, had eene breedte van 13 voet op 3 voet 9 duim diepte.

Wan-

(*) Buat §. 484.

Wanneer men nu de bereekening in 't werk ftelt, wordt $O = 1$ voet, $S = 70$ pond en $h = 21,5$ lijn:

dus $K = (1,253)\ OSh = 19,34$ pond voor 't dunne vlak.
$K = (1,457)\ OSh = 15,29$ pond voor de Cubus.
en $K = (1,339)\ OSh = 13,96$ pond voor 't eerfte Prisma.

Doch de Cubus en 't Prisma hadden nog verfnellende kragten, wegens de helling van 't Canaal, welke $= \frac{1}{1883}$ was, dus is

$k = \frac{1}{1883} \times 70$ pond $= 0,037$ pond voor de Cubus.

en $k = \frac{1}{1883} \times 210$ pond $= 0,1115$ pond voor 't Prisma.
14 V.

Deeze grootheden bij de voorgaanden gevoegd zijnde (14 V. Gev.) wordt

$K = (1,457)\ OSh + k = 15,307$ pond voor de Cubus.
en $K = (1,339)\ OSh + k = 14,0715$ pond voor 't Prisma;

hetwelk met de ondervinding zeer na overeenkomt.

Wat nu het Prisma van 6 voet lengte betreft; hiervan is $H' = 0,117$ (13 V.) derhalven is de kragt des fchoks $= OS(H + H') + k = (1,303)\ OSh + \frac{1}{1883} \times 420 = 13,81$ pond, welke met die der ondervinding 0,46 pond verfchilt.

TWEE-

TWEEDE HOOFDDEEL.

Over de volstrekte botzende kragt eener rustende vloeistof tegen een bewegend ligchaam, in dezelve gedompeld.

XVI. VOORSTEL.

Als 't ligchaam zich beweegt, blijft de kragt des schoks tegen hetzelve altijd stellig, en vermindert zo aanmerkelijk niet van 't middenpunt naar den omtrek, als wanneer de vloeistof in beweeging is.

Bewijs. Als een ligchaam door eene rustende vloeistof bewoogen wordt, dan worden derzelver deelen gemakkelijker van elkander gescheiden, dan wanneer de vloeistof met eene bepaalde snelheid tegen een rustend ligchaam aanbotst. Derhalven moet de vloeistof in 't eerste geval op een' veel verder' afstand beginnen af te wijken, en minder weêrstand bieden aan eenige beweeging, voor welke zij onverschillig is: bijgevolg moet ook de snelheid, waarmede zij anders langs het vlak wegwijkt, ook minder zijn, en de kragt des schoks daar door ook grooter evenwigt hebben, dan in 't geval dat de vloeistof zich beweegt.

Dit werd door Buat bij proefneemingen bevonden; want in de agtste Tafel, tiende proef, is de hoogte overeenkomstig de kragt des schoks tegen het onderste gat aan den omtrek van 't vlak met 5 gaten, met een snelheid van 40,14 duim nog 8,5 lijn; daar dezelve volgens de

proef-

proefneeming in 't 4de Voorſtel vermeld, reeds — 5,5 lijn was.

XVII. VOORSTEL.

De kragten des ſchoks tegen geheel ingedompelde ligchaamen zijn tot elkander als de vierkanten der ſnelheden.

Bewijs. In de agtſte Tafel, veertiende proef, is de hoogte der water-Colom, die met de kragt des ſchoks evenwigt maakt 29 lijn, als 't ligchaam zich beweegt met eene ſnelheid van 41,52 duim; en volgens de zestiende proef de ſnelheid 51,74 duim zijnde, moet de kragt des ſchoks evenwigt maaken met een Colom van 45 lijn.

$$\text{Derhalven } \overline{41,52}^2 : \overline{51,74}^2 = 29 : x$$

$$\text{dus } x = 45,03.$$

Gevolg. Zo echter de ſnelheden minder dan 3 voet zijn, ſchijnen de drukkingen in grooter reden dan de vierkanten der ſnelheden te zijn.

In de agtſte Tafel, dertiende proef, vindt men de kragt des ſchoks evenwigtig met een Colom van 12 lijn, als 't ligchaam eene ſnelheid van 25,63 duim heeft.

$$\text{Derhalven } \overline{41,52}^2 : \overline{25,63}^2 = 29 : x$$

dus $x = 11,05$ in plaats van 12 lijn.

XVIII. VOOR-

XVIII. VOORSTEL.

De hoogte overeenkomstig de kragt des schoks is genoegzaam gelijk aan de hoogte overeenkomstig de snelheid van 't ligchaam.

Bewijs. Men vindt in de agtste Tafel, dertiende proef, de hoogte der drukking tegen het vlak van 625 gaten = 10,89 lijn, en die der snelheid = 12 lijn, dus is 't verschil slegts 1,11 lijn; in de veertiende proef bedraagt het verschil maar 0,43 lijn; in de vijftiende proef 0,57 lijn; en eindelijk in de zestiende proef 0,63 lijn.

Gevolg. Dus is de betrekking tusschen de hoogte des schoks en snelheid gelijk 1. Of H = h.

XIX. VOORSTEL.

Als een ligchaam door eene rustende vloeistof bewoogen wordt, moet 'er ook agter hetzelve eene Negative drukking geboren worden.

Bewijs. De waterdeelen, die op de beweeging van het ligchaam zich reeds op eenen verren afstand verdeelen en van elkander afwijken, tragten zich in alle rigtingen te verspreiden; doch door de traagheid der omringende vloeistof worden zij afgestuit en komen agter het ligchaam zamen, voerende de vloeistof, die zich agter het ligchaam bevindt, met zich, en maaken dus eene Negative drukking.

XX. VOORSTEL.

De Negative drukkingen vermeerderen een weinig

van

van het middenpunt naar den omtrek; zo als de drukkingen voor het vlak.

Bewijs. In de zesde Colom van de negende Tafel ziet men dat de middenbaarè betrekking der hoogtens van drukking en snelheid is 0,476 voor de opening aan den rand; terwijl die voor de opening in 't midden van 't vlak, zelfs nog met minder snelheid, is 0,516: derhalven de betrekking tusschen de hoogte der drukking en snelheid voor de opening aan den rand minder zijnde, is de hoogte der drukking en dus de kragt des schoks aan den rand ook minder dan in 't midden: en de Negative drukking vermindert van 't middenpunt naar den omtrek.

Gevolg. Derhalven geschiedt hier de vermindering der Negative drukkingen juist in de tegengestelde orde, dan wanneer de vloeistof zich beweegt.

XXI. VOORSTEL.

De betrekking tusschen de hoogtens der drukking en snelheid vermeerdert als de snelheid van 't ligchaam vermeerdert wordt.

Bewijs. In de eerste proef, Tafel IX. is de snelheid 33,52 duim, de betrekking 0,483 duim.
In de derde proef, Tafel IX. is de snelheid 44,11 duim; de betrekking 0,516 duim.
In de vijfde proef, Tafel IX. is de snelheid 55,89 duim; de betrekking 0,580 duim.

Gevolg. Derhalven moet de weêrstand der ligchaamen, en dus de kragt des schoks in grooter reden

dan de vierkanten der snelheden toeneemen, als deeze laatsten aanmerkelijk zijn.

XXII. VOORSTEL.

De betrekking tusschen de hoogte der Negative rukking en die der snelheid voor elke opgegeeve ıelheid van 't ligchaam te vinden.

Oplossing. Uit vergelijking van verscheidene proeven heeft Buat deeze volgende wet afgeleid: dat, wanneer de betrekkingen tusschen de snelheden der vloeistof en de standvastige snelheid van 2,2 duim, aangroeien in eene meetkundige reden, dan de betrekkingen tusschen de hoogtens der drukking en snelheid der vloeistof in eene rekenkundige reden vermeerderen, dat is, dat zij de Logarithmen zijn van de eersten. Vervolgens neemt hij uit de negende Tafel aan dat de betrekking der hoogtens van drukking en snelheid voor 32 duim snelheid per seconde is 0,4, en voor 46 duim 0,46, en vindt daaruit volgens de gemelde wet dat de betrekking der hoogtens voor een snelheid van 55 duim is 0,5. Uit welk laatste hij dan een' gemakkelijker' regel aflegt om dezelve voor andere snelheden te vinden. Zij dus S eene onbepaalde snelheid, dan is:

$$\text{Log.}\ \frac{55}{2,2} : \text{Log.}\ \frac{S}{2,2} = 0,5 : x$$

$$\text{of } 10\ \text{Log.}\ \frac{55}{2,2} : \text{Log.}\ \frac{S}{2,2} = 5 : x$$

$$\text{dus } x = \frac{5\ \text{L.}\ \frac{S}{2,2}}{10\ \text{L.}\ \frac{55}{2,2}} = \frac{\text{L.}\ \frac{S}{2,2}}{2\ \text{L.}\ \frac{55}{2,2}} = \frac{\text{L.}\ \frac{S}{2,2}}{2,8}.$$

Om

Om dan bij voorbeeld de hoogte der Negative drukking te vinden voor eene snelheid van 36 duim per seconde.

$$\frac{L.\ \frac{S}{2,2}}{2,8} = \frac{L.\ \frac{36}{2,2}}{2,8} = \frac{1,2139}{2,8} = 0,433.$$

Derhalven is de Negative drukking $H' = 0,433\ h$.

I. Gevolg. Dus is ook de Negative drukking minder als het vlak zich beweegt dan wanneer de vloeistof tegen het vlak aanbotst.

II. Gevolg. De hoogte der Negative drukking voor een vlak $= 0,433\ h$ zijnde, is die voor een Cubus van 1 voet $= 0,172\ h$, en voor het Prisma van 3 voet lengte en 1 voet grondvlakte $= 0,102\ h$.

XXIII. VOORSTEL.

De kragt des schoks, die een vloeistof ondergaat, als de vloeistof zich beweegt, staat tot die welke het vlak lijdt, als het vlak bewoogen wordt gelijk 13 : 10.

Bewijs. Als het ligchaam zich beweegt in eene rustende vloeistof, komt de versnellende kragt uit de helling der vloeistof voortkomende, in geen aanmerking: derhalven is de kragt des schoks, de snelheid als voren 36 duim zijnde,

of $K = (1,433)\ OSh = 14,94$ pond voor een dun vlak.
$K = (1,172)\ OSh = 12,22$ pond voor de Cubus.
en $K = (1,102)\ OSh = 11,49$ pond voor 't Prisma. 18 en 21 V. 2 Gev.

Dus

Dus is (*) K : k = 19,34 : 14,94 = 13 : 10. (15 V. 2 Aanm.).

volg. Deeze betrekking vermindert echter naar naate de ligchaamen zijn.

nt D : d = 15,307 : 12,22 = 12,5 : 10 voor de Cubus. en D : d = 14,07 : 11,49 = 12,2 : 10 voor 't Prisma. (15 V. 2 Aanm.).

Aanmerking. Het is, zegt derhalven Buat, niet te verwonderen dat verscheidene Schrijvers, die proeven omtrent den schok van 't water ingesteld hebben, zulke verschillende uitkomsten hebben gekreegen na de verschillende lengte der ligchaamen, en vooral naar maate de vloeistof of het ligchaam zich bewoog. Het is zelfs tot hiertoe eene vaste Grondstelling geweest dat de kragt, die vereischt werd om een ligchaam onbeweeglijk te houden in eene stroomende vloeistof, even groot was als die, welke nodig was om een ligchaam met gelijke snelheid door eene rustende vloeistof te doen beweegen: zo dat hetzelve zo algemeen was aangenoomen dat men nimmer nodig geoordeeld heeft zulks met proeven te bevestigen.

---

*) K is de kragt des schoks als de vloeistof zich beweegt, de kragt als 't ligchaam bewoogen wordt.

EERSTE TAFEL.

Behelzende de uitgeloope hoeveelheid waters uit vaten van verschillende hoogtens en openingen.

Getal der Proeven.	Bestendige hoogte van 't water boven elke opening gelijk aan 11 voet 8 duim 10 lijn zijnde.	Getal van Cubicq duimen waters die in 1' uitloopen.
1	Door eene Cirkelronde opening van 6 lijn diameter.	2311
2	Door eene Cirkelronde opening van 1 duim diameter.	9281
3	Door eene Cirkelronde opening van 2 duim diameter.	37203
4	Door eene regthoekige opening van 1 duim lang en 3 lijn breed.	2933
5	Door eene vierkante opening van 1 duim de zijde.	11817
6	Door eene vierkante opening van 2 duim de zijde.	47361

Getal der Proeven.	Bestendige hoogte van 't water boven elke opening gelijk aan 9 voet zijnde.	Getal van Cubicq duimen waters die in 1' uitloopen.
7	Door eene Cirkelronde opening van 6 lijn diameter.	2018
8	Door eene Cirkelronde opening van 1 duim diameter.	8135

Getal der Proeven.	Bestendige hoogte van 't water boven elke opening gelijk aan 4 voet zijnde.	Getal van Cubicq duimen waters die in 1' uitloopen.
9	Door een Cirkelronde opening van 6 lijn diameter.	1353
10	Door eene Cirkelronde opening van 1 duim diameter.	5436

TWEEDE TAFEL.

Behelzende de grootte der middenlijn van de zaamgetrokken Ader, benevens derzelver afstand van de opening.

Hoogte van 't water boven de opening.	Grootheid der opening.	Middenlijn der zaamgetrokken Ader.	Afstand der zaamentrekking beneden de opening.
11 voet 8 duim 10 lijn.	Ronde opening van 1 duim middenlijn.	$9\frac{4}{5}$ lijn.	6 à 7 lijn.
	Ronde opening van 2 duim middenlijn.	$19\frac{1}{2}$ lijn.	12 à 13 lijn.
	Ronde opening van 3 duim middenlijn.	$29\frac{1}{4}$ lijn.	18 lijn.
	Vierkante openingen van 1 duim middenlijn.	$9\frac{4}{5}$ lijn.	7 lijn.
9 voet.	Ronde opening van 6 lijn middenlijn	$4\frac{8}{9}$ lijn.	4 à 5 lijn.
	Ronde opening van 1 duim middenlijn.	$9\frac{4}{5}$ lijn.	6 à 7 lijn.
4 voet.	Ronde opening van 1 duim middenlijn.	$4\frac{8}{9}$ lijn.	4 à 5 lijn.
	Ronde opening van 6 lijn middenlijn.	$9\frac{4}{5}$ lijn.	6 à 7 lijn.

DERDE TAFEL.

Behelzende eene vergelijking tusschen de bereekende en uitgeloope hoeveelheid waters uit vaten van verschillende hoogtens.

Hoogte van 't water boven de opening.	Bereekende hoeveelheid in 1' door eene ronde opening van 1 duim middenlijn.	Uitgeloope hoeveelheid in 1' door eene ronde opening van 1 duim middenlijn.	Betrekking tusschen de bereekende en uitgeloopene hoeveelheden.
1 voet.	4381 Cub. dm.	2722 Cub. dm.	0,62133
2	6196	3846	0,62073
3	7589	4710	0,62064
4	8763	5436	0,62034
5	9797	6075	0,62010
6	10732	6654	0,62000
7	11592	7183	0,61965
8	12392	7672	0,61911
9	13144	8135	0,61892
10	13855	8574	0,61883
11	14530	8990	0,61873
12	15180	9384	0,61819
13	15797	9764	0,61810
14	16393	10130	0,61795
15	16968	10472	0,61716

VIER-

VIERDE TAFEL.

Behelzende de uitgeloope hoeveelheid waters uit vaten voorzien met pijpen van verschillende openingen en lengte.

Getal der Proeven.	Hoogte van 't water in 't vat boven de bovenste opening der pijp welker middenlijn 1 duim is.	Verschillende lengtens der pijpen uitgedrukt in lijnen.	Getal van Cubicq duimen waters die in 1' uitloopen.
1	11 voet 8 duim 10 lijn.	48 } Het water vol uit de pijp loopende.	12274
2		24	12188
3		18	12168
4		18. Het water de wanden der pijp niet volgende.	9282

Getal der Proeven.	Hoogte van 't water in 't vat boven de opening der uitloop.	Verschillende Middenlijnen der pijpen uitgedrukt in lijnen.	Getal van Cubicq duimen waters die in 1' uitloopen.
5	552 lijn.	6 } Het water vol uit de pijp loopende.	1689
6		10	4703
7		6 } Het water de wanden der pijp niet volgende.	1293
8		10	3598
9	288 lijn.	6 } Het water vol uit de pijp loopende.	1222
10		10	3402
11		6 } Het water de wanden der pijp niet volgende.	935
12		10	26[illegible]3

VIJFDE TAFEL.

Behelzende eene vergelijking tusfchen de bereekende en uitgeloope hoeveelheid waters uit vaten van verfchillende hoogtens met een pijp voorzien.

Hoogte van 't water boven de opening.	Bereekende hoeveelheid in 1' door eene pijp van 1 duim middenlijn.	Uitgeloope hoeveelheid in 1' door eene pijp van 1 duim middenlijn en 2 duim lengte.	Betrekking tusfchen de bereekende en uitgeloopene hoeveelheden.
1	4381 Cub. dm.	3539 Cub. dm.	0,81781
2	6196	5002	0,80729
3	7589	6126	0,80724
4	8763	7070	0,80681
5	9797	7900	0,80638
6	10732	8654	0,80638
7	11592	9340	0,80573
8	12392	9975	0,80496
9	13144	10579	0,80485
10	13855	11151	0,80483
11	14530	11693	0,80477
12	15180	12205	0,80403
13	15797	12699	0,80390
14	16393	13177	0,80382
15	16968	13620	0,80270

ZES-

ZESDE TAFEL.

Behelzende de uitloop van 't water, waargenomen door Poleni, uit vaten voorzien met pijpen van verschillende gedaante.

Hoogte van 't water boven de opening.	Gedaante der pijpen.	Lengte der pijpen.	Middenlijn aan de zijde van 't vat.	Middenlijn aan 't uitwendige eind der pijp.	Uitgelopen water in 1' in Cubicq duim.
256 lijn.	Opening - - - - -	- - -	26 lijn.	- - - -	15877
	Cijlinder-pijp.	91 lijn.	26	- - - -	23434
	1ste Kegelformige-pijp.	92	33	26 lijn.	24758
	2de Kegelformige pijp	92	42	26	24619
	3de Kegelformige-pijp	92	60	26	24315
	4de Kegelformige-pijp.	92	118	26	23687

ZEVENDE TAFEL.

Behelzende de kragt des schoks eener vloeistof tegen verschillende vlakken.

De gedaante van 't ligchaam is een	Getal der Proeven.	Ophooging van 't water in 't midden van 't vlak.	Verloope tijd om 50 voet door te loopen in halve seconden.	Beweegende gewigten volgens de Ondervinding in halve ponden.	Beweegende gewigten volgens de Bereekening in halve ponden.
Parallelepipedum, lang 4 voet, breed 1 voet. Het voorsteven een regthoek breed 1 voet en 1 voet diep in 't water.	1	21 lijn.	43,70	12	12,57
	2	26	38,37	16	16,00
	3	34	34,75	20	19,88
	4	†	32,16	24	23,21
Het voorsteven een driehoek, wiens grondzij 1 voet en hoogte 2 voet is, en 1 voet diep in 't water.	5	29	30,80	12	12,52
	6	36	27,25	16	16,00
	7	38	24,50	20	19,80
	8	39	23,40	24	21,70

De gedaante van 't ligchaam is een	Getal der Proeven.	Ophooging van 't water in 't midden van 't vlak.	Verloope tijd om 50 voet door te loopen in halve seconden.	Beweegende gewigten volgens de Ondervinding in halve ponden.	Beweegende gewigten volgens de Bereekening in halve ponden.
Parallelepipedum, lang 4 voet, breed 2 voet. Het voorsteven een regthoek, breed 2 voet en 1 voet diep in 't water.	9	18 lijn.	50,11	16	18,97
	10	25	44,54	24	24,00
	11	36	38,80	32	31,63
	12	37	34,80	40	39,31
Het voorsteven een driehoek, wiens grondzij 2 voet en hoogte 30 duim en 1 voet diep in 't water.	13	29	36,61	16	16,64
	14	33	33,40	20	20,00
	15	38	30,81	24	23,51
	16	45	28,62	28	27,23
	17	52	27,00	32	30,60
Parallelepipedum, lang $6\frac{1}{12}$ voet, breed 19 duim 8 lijn. Het voorsteven een driehoek, wiens grondzij 19 duim 8 lijn, hoogte 9 duim $9\frac{1}{2}$ lijn en 12 duim $5\frac{1}{2}$ lijn diep in 't water.	18	15	52,00	16	15,68
	19	18	46,05	20	20,00
	20	$20\frac{1}{2}$	42,07	24	23,97
	21	26	37,25	30	30,57
	22	$32\frac{1}{2}$	35,18	35	34,28
Het voorsteven een driehoek, wiens grondzij 19 duim 8 lijn in hoogte en 15 duim 10 lijn diep in 't water.	23	15	50,75	20	20,88
	24	18	46,50	24	24,88
	25	24	41,00	32	32,00
	26	33	36,50	40	40,38
	27	39	33,69	48	47,89
Parallelepipedum, lang 6 voe[illegible] d im, breed 19 duim 8 lijn, met een rond voorsteven, diep 12 duim $5\frac{1}{2}$ lijn in 't water.	28	20	44,00	12	12,25
	29	26	38,50	16	16,00
	30	32	35,40	20	18,93
	31	38	32,69	24	22,20

ACHT-

ACHTSTE TAFEL.

Behelzende de drukkingen tegen een plat vlak, dat in een ſtilſtaand water bewoogen wordt, volgens de waarneemingen van Buat.

Getal der Proeven.	Snelheid van 't ligchaam in duimen.	Hoogte overeenkomſtig de ſnelheid in lijnen.	Hoogte overeenkomſtig de drukking in lijnen.	Betrekking tusſchen deeze hoogtens.	Gemiddelde Betrekking.
Drukking tegen eene opening in 't midden van een dun vlak.					
1	34,32	19,52	21	1,075	1,092
2	34,40	19,81	22	1,110	
3	36,36	21,91	24	1,098	1,085
4	37,43	23,22	25	1,076	
5	48,72	39,34	42	1,067	1,058
6	49,12	39,99	42	1,050	
7	51,00	43,11	45	1,044	1,044
8	54,00	48,29	50	1,035	1,037
9	54,90	50,00	52	1,040	
Drukking tegen eene opening aan den Rand van 't vlak.					
10	40,14	26,67	8,5	0,319	0,318
11	56,00	51,97	16,5	0,317	
12	59,20	58,09	18,5	0,318	
Drukking tegen een vlak met 625 openingen.					
13	25,63	10,89	12	1,102	1,102
14	41,52	28,57	29	1,015	1,015
15	50,60	42,43	43	1,013	1,0135
16	51,74	44,37	45	1,014	

NE-

NEGENDE TAFEL.

Behelzende de Negative drukkingen aan de agterzijde van het ligchaam, dat in de vloeiſtof bewoogen wordt.

Getal der Proeven.	Snelheid van 't ligchaam in duimen.	Hoogte overeenkomſtig de ſnelheid in lijnen.	Hoogte overeenkomſtig de drukking in lijnen.	Betrekking tusſchen deeze hoogtens.	Gemiddelde betrekking.

Negative drukking tegen de opening in 't midden van 't vlak.

1	33,52	18,62	9,0	0,483	0,483
2	34,32	19,52	9,5	0,486	0,486
3	44,11	32,24	16,5	0,516	0,516
4	54,90	50,00	29,0	0,580	0,580
5	55,89	51,77	30,0	0,579	

Negative drukking tegen de opening aan den Rand van 't vlak.

6	49,83	41,15	20,0	0,486	0,476
7	52,13	45,04	21,0	0,466	

Negative drukking tegen een vlak met 625 openingen.

8	29,4	14,31	6,0	0,419	0,411
9	34,6	19,84	8,0	0,403	
10	45,4	34,16	16,0	0,468	0,468

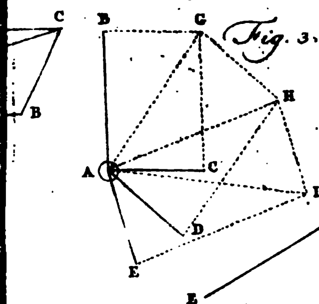
D R U K F O U T E N.

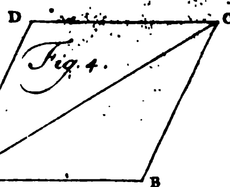
Bl. 10. *reg.* 9. $S : s = T : t$ *lees* $S : s = t : T$. — *Bl.* 15. *reg.* 4. *van onderen* AD *lees* AE — *Bl.* 17. *laatste reg.* hoek van schuinheid, *lees* sinus van den hoek enz. — *Bl.* 20. *reg.* 20 en 21. Ao *lees* AO — *Bl.* 21. *reg.* 4. *van onderen* tijden, *lees* quadraaten der tijden — *Bl.* 22. *reg.* 3. *van onderen* $\sqrt{2L}$ *lees* $\sqrt{2LZ}$ — *Bl.* 31. *reg.* 12 $P \times Q$ *lees* $P \times o$ — *Bl.* 33. *reg.* 3. ½DF *lees* ½AF — *Bl.* 35. *reg.* 1. $Z = \frac{z \times AB}{AC}$ *lees* $z = \frac{Z \times AB}{AC}$ — *Bl.* 39. *reg.* 8. $Z : \dot{z}$ *lees* $z : \dot{z}$ — *Bl.* 41. *reg.* 10. Fig. 14. *lees* Fig. 18. — *reg.* 5. *van onderen* Fig. 15. *lees* Fig. 19. — *Bl.* 43. *reg.* 7. Fig. 16. *lees* Fig. 20. — *reg.* 11. aan CE *lees* aan CF — *Bl.* 44, 46, 47, 48. *lees overal* Fig. 21. — *Bl.* 46. *reg.* 11. PF *lees* Ps — *Bl.* 56. *reg.* 10. vertraagd *lees* versneld — *reg.* 13. als CS *lees* als CA — *reg.* 15. dan CS *lees* dan BC — *Bl.* 57. *reg.* 2. sD *lees* sF — *Bl.* 62. *laatste reg.* CE *lees* CD — *reg.* 14. dubbelde hoek *lees* sinus van den dubbelden hoek — *Bl.* 63. ½AE *lees* ¼AE — *Bl.* 67. *reg.* 8. Fig. 30. *lees* Fig. 29. — *Bl.* 72. *reg.* 6. $B = \frac{A(V \mp v)}{B}$ *lees* $B = \frac{A(V \mp v)}{A+B}$ — *Bl.* 74. *reg.* 5 en 3. *van onderen*. $\frac{2AV + 2BV}{A+B}$ *lees* $\frac{2AV + 2Av}{A+B}$ — *Bl.* 76. *reg.* 4. $\frac{2AV - Bv + Bv}{A+B}$ *lees* $\frac{2AV - Bv + Av}{A+B}$ — *Bl.* 77. *reg.* 11. Fig. 31. *lees* Fig. 30. — *Bl.* 78. *reg.* 7. Fig. 32. *lees* Fig. 31. — *Bl.* 80. *reg.* 16. veerkragtig *lees* veerkragteloos — *Bl.* 81. *laatste reg.* I. B. 2 Bep. *lees* II. B. 1 Bep. — *Bl.* 90. *reg.* 9. *van onderen* Ao *lees* AO — *reg.* 7. $AO \times Od = \square AD$ *lees* $AO \times Ob = \square OD$ — *reg.* 2. door Bf *lees* door Mf — *Bl.* 96. *reg.* 4. EF *lees* EH —

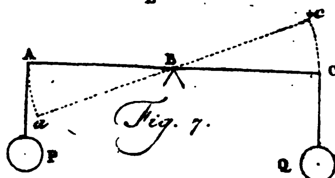
Bl.

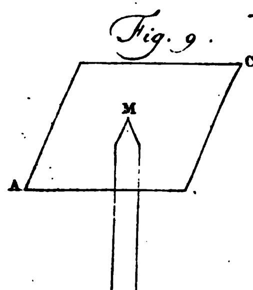
DRUKFOUTEN.

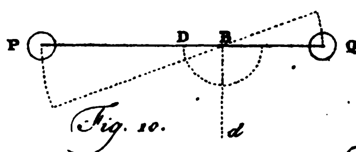
Bl. 105. *reg.* 3. $S \times ab + AB$ *lees* $S \times ab \times AB$ — *reg.* 4. $s + cd + CD$ *lees* $s \times cd \times CD$ — *Bl.* 112. *reg.* 12. Fig. 43. *lees* Fig. 42. — *Bl.* 113. *reg.* 11. $S = s$ *lees* $S = \mathfrak{S}$ — *reg.* 12. en $S^2 : s^2$ *lees* en $\mathfrak{S}^2 : s^2$ — *reg.* 13. $S^2 = s^2$ of $S = S$ *lees* $S^2 = \mathfrak{S}^2$ of $S = \mathfrak{S}$ — *Bl.* 123. *reg.* 10. *van onderen* uit den rol *lees* uit den val — *Bl.* 126. *reg.* 2. *van onderen* tweede gevolg *lees* eerste gevolg. — *Bl.* 129. *reg.* 13. Tafel I. *lees* Tafel II. — *Bl.* 140. *reg.* 2. *van onderen* in wiens *lees* en wiens. — *Bl.* 152. *reg.* 6 en 8. sin. ∠BAC *lees* sin. ∠BCD — *Bl.* 153. *reg.* 7 tot 11. *moet voor* O *geleezen worden* B — *Bl.* 161. *reg.* 10. 24 V. *lees* 36 V. — *Bl.* 162. *reg.* 2. *van onderen* 22 V. *lees* 38 V.

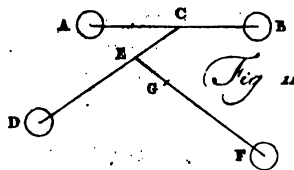

B
G
Fig. 3.
H
A
C
I
D
E

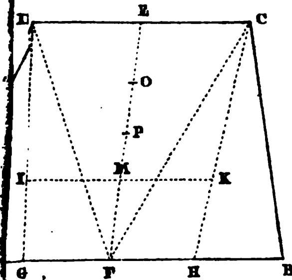

D
C
Fig. 4.
A
B

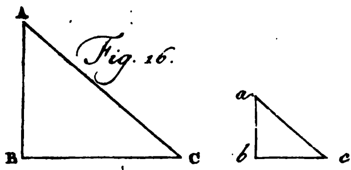

c
A
B
C
a
Fig. 7.
P
Q

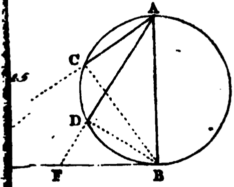

Fig. 9.
C
M
A

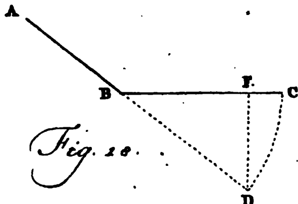

P
D
B
Q
Fig. 10.
d

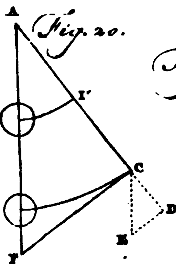

A
C
B
E
G
Fig. 11
D
F

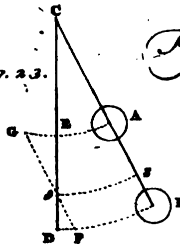

D
E
C
O
P
I
M
K
G
F
H
B

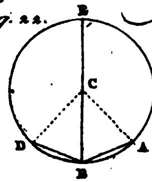

A
Fig. 16.
a
B
C
b
c

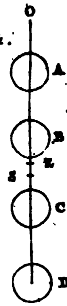

A
C
D
F
B

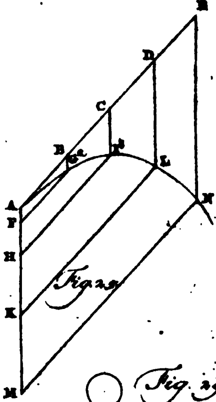

A
B
E
C
Fig. 18.
D

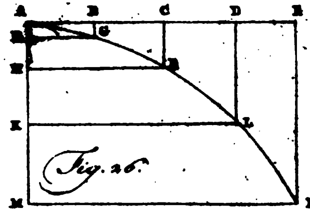

Fig. 20.
A
I'
C
D
E
F


Fig. 23.
C
B
A
G
D
F
E


Fig. 22.
E
C
D
A
B


Fig. 24.
O
A
B
C
D


R
D
C
B
A
F
H
K
M
L
N

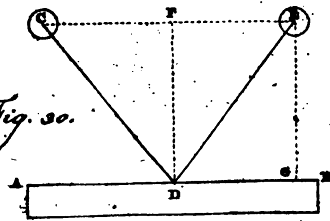

A
B
C
D
E
G
L
K
M
N
Fig. 26.

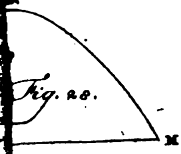

A

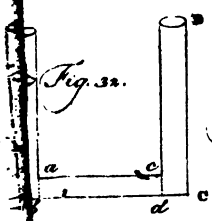

A
B
C


B


A
B
D


C
F
E
Fig. 30.
A
D
G
B


Fig. 28.
M


Fig. 32.
D
a
c
C
d

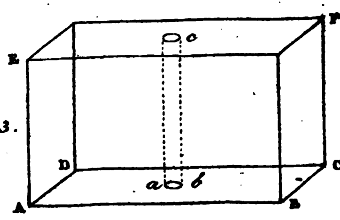

Fig. 33.
F
E
c
D
C
A
a
b
B

Fig. 46.

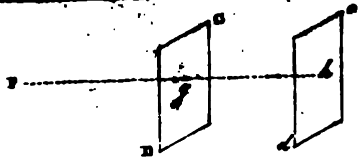


Fig. 49

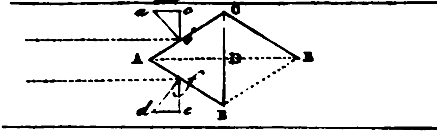
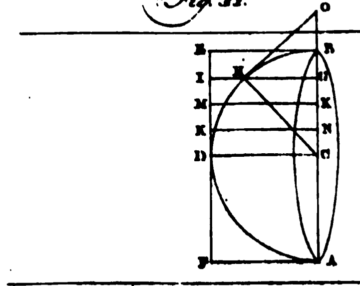


Fig. 52.



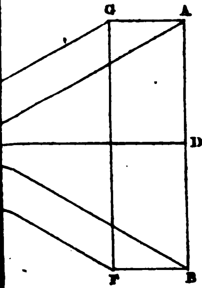
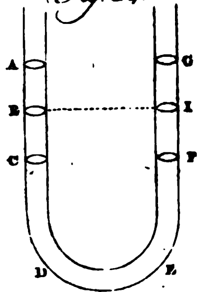


Fig. 54.



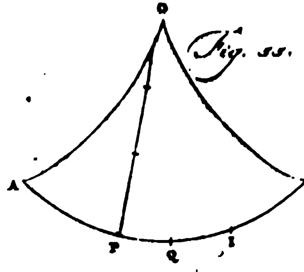


Fig. 55.

